

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA,
BACHILLERATO, CICLOS, ESCUELAS DE IDIOMAS Y ENSEÑANZAS DEPORTIVAS

Las Matemáticas de las Funciones: análisis y programación didáctica

Presentado por:

Airam Marcos Caballero

Dirigido por:

Dr. Ronal Roberto Muresano Cáceres

CURSO ACADÉMICO

2022/2023

Resumen

En este trabajo, se va analizar un contexto educativo concreto con el objetivo de introducir mejoras y diseñar una propuesta de programación didáctica. La materia objeto de estudio es Matemáticas I, correspondiente al curso 1º de Bachillerato. Además, se profundizará en el apartado de análisis matemático, prestando especial atención a las funciones, límites y los conceptos, directamente asociados, de continuidad y asíntotas. En particular, se programará una unidad que trate estos conceptos con metodologías activas e innovadoras. Finalmente, se presentará un proyecto de innovación educativa con el objetivo de acercar las matemáticas a los alumnos de una forma diferentes empleando el aprendizaje personalizado. Durante todo este proceso, se tendrá en cuenta los principios fundamentales de la atención a la diversidad como referente a la hora de diseñar la programación didáctica.

Palabras clave: Educación, Matemáticas, Análisis matemático, Funciones, Límites, Programación didáctica, Innovación educativa.

Abstract

In this work, a specific educational context will be analysed with the aim of introducing improvements and designing a didactic programming proposal. The subject under study is Mathematics I, corresponding to the 1st year of Baccalaureate. In addition, the topic on mathematical analysis will be studied in detail, paying special attention to functions, limits and the associated concepts of continuity and asymptotes. In particular, a unit that deals with these concepts with active and innovative methodologies will be programmed. Finally, an educational innovation project will be presented with the aim of bringing mathematics closer to students in a different way using personalised learning. Throughout this process, the fundamental principles of attention to diversity will be taken into account as a reference when designing the didactic program.

Keywords: Education, Mathematics, Mathematical analysis, Functions, Limits, Didactic programming, Educational innovation.

Tabla de Contenidos

Introducción	7
Contextualización	9
Marco Legislativo	14
Análisis Crítico y Propuestas de Mejora de la Programación Didáctica del Centro	16
Desarrollo de la Programación Didáctica Mejorada	20
Unidad de Programación. Análisis Matemático	37
Proyecto de Investigación e Innovación	69
Conclusiones	75
Bibliografía	78
Anexo I. Legislación	81
Anexo II. Instrumentos de Evaluación	85

Índice de Tablas

Unidades de Programación.	23
Sesiones de la unidad didáctica.	41
Sesión 1. Evaluación inicial y clase invertida.	42
Sesión 2. Clase invertida.	43
Sesión 3. Aprendizaje Basado en Problemas.	44
Sesión 4. Clase magistral participativa.	45
Sesión 5. Aprendizaje Basado en Problemas.	47
Sesión 6. Clase magistral participativa.	48
Sesión 7. Aprendizaje Basado en Juegos.	49
Sesiones 8 y 9. Situación de aprendizaje: fractales.	50
Sesión 10. Repaso.	51
Sesiones 11 y 12. Evaluación sumativa y autoevaluación.	52
Actividades.	53
Evaluación.	64
Instrumentos de evaluación y criterios de calificación.	68
Rúbrica del informe y del registro de observación.	88

Índice de Figuras

Edificio del CC Castroverde.	10
Organigrama del centro educativo.	12
Calendario de la programación didáctica.	25
Estimación de la dimensión fractal de un perfil costero.	63
Criterios de calificación.	69

Índice de Abreviaturas

ABJ	Aprendizaje Basado en Juegos
ABProbelmas	Aprendizaje Basado en Problemas
ABProyectos	Aprendizaje Basado en Proyectos
CC	Centro Concertado
DUA	Diseño Universal del Aprendizaje
LOMLOE	Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, BOE núm. 340, de 30 de diciembre de 2020
PDC	Plan Digital de Centro
PEC	Proyecto Educativo de Centro
PGA	Programación General Anual
TIC	Tecnologías de la Información y la Comunicación

Introducción

La educación es uno de los pilares fundamentales y la base del proceso de nuestra sociedad. La transmisión de conocimiento, técnicas y habilidades a través de las generaciones es uno de los elementos clave en el desarrollo de la civilización. Por este motivo, cualquier sociedad democrática debe promover y facilitar el desarrollo educativo de sus ciudadanos, permitiendo a estos crecer como personas e incorporándolos como miembros activos de la sociedad. A su vez, los grandes desarrollos tecnológicos y sociales que se producen actualmente a gran velocidad hacen que la educación tenga que ser una ciencia fluida en permanente cambio con la capacidad de adaptarse al contexto social del momento.

La práctica educativa debe centrarse en los alumnos y en su desarrollo formativo como ciudadanos. En las últimas décadas, la labor del docente ha pasado de ser la de un instructor a considerarse como un guía de aprendizaje. Este nuevo enfoque convierte a los alumnos en sujetos activos en su propio desarrollo. Los alumnos deben descubrir el mundo que les rodea a través de la experiencia propia, fomentando su autonomía y habilidades, sin dejar de lado la interacción con sus semejantes para enriquecer su proceso de aprendizaje.

Las matemáticas, como ciencia formal, es uno de los elementos principales en el conocimiento científico-técnico. La ciencia matemática permite la abstracción de ciertos elementos de la realidad a los conceptos matemáticos subyacentes, facilitando el empleo de procedimientos lógicos y razonados y aportando una nueva visión de dicha realidad. Es importante que los alumnos sean conscientes de esta dinámica y se intente huir de la visión de las matemáticas como algo formal, carente de sentido y desconectado de la realidad del mundo. A este respecto, se pretende que el alumnado sea consciente de la totalidad del proceso matemático, desde la abstracción hasta la materialización posterior, pasando a través del desarrollo y razonamiento matemático.

El área de las matemáticas en la que se centra el presente trabajo es el de análisis matemático. Los procedimientos que se dan dentro de este bloque permiten representar gran cantidad de situaciones de la realidad y de la vida cotidiana. Unos de los objetos principales de

este área son las funciones, las cuales permiten relacionar dos conjuntos de variables a través de una regla lógica. Las funciones pueden representar procesos mentales en los que una variable se transforma en otra, por lo que se tratan de herramientas matemáticas fundamentales a la hora de describir la transformación y el cambio. En particular, el concepto dentro del campo de las funciones, que analizaremos en profundidad en este trabajo, es el de límite, el cual permite visualizar a las funciones como un objeto que relaciona dos variables de forma dinámica.

En toda labor educativa, es importante que el proceso de enseñanza-aprendizaje esté contextualizado y enmarcado en un tipo concreto de alumnado. Por esa razón, dedicaremos parte del trabajo a estudiar el marco social y legislativo en el que se pretende desarrollar la acción didáctica. En particular, se analizará el tipo de alumnado y su contexto social con el objetivo de atender a sus necesidades educativas y diseñar una programación acorde a sus características.

Por otro lado, en este trabajo, se realiza un análisis crítico de una programación didáctica actualmente en vigor y propuesta para el mismo alumnado objeto de este trabajo. Se indicarán puntos de mejora en cuanto a estructura de los contenidos, metodologías educativas, técnicas de evaluación y valores educativos. Se adapta la programación didáctica a los nuevos procesos de enseñanza-aprendizaje, a la vez que se respeta la normativa actualmente vigente (ver Anexo I). Además, se desarrolla una unidad de programación en detalle referida al concepto de límite de funciones, continuidad y asíntotas. Se establece la programación de las sesiones, indicando los procedimientos, metodologías y actividades que se pretenden llevar a cabo, así como el formato y criterios de evaluación. En todos los aspectos del diseño programático, se tendrá en cuenta los principios de atención a la diversidad como referente.

Finalmente, se realiza un proyecto de innovación docente con el objetivo de implementar el aprendizaje personalizado en el aula. Se pretende diseñar una sistema metodológico basado en el proceso individual que debe experimentar el alumnado durante su aprendizaje. La idea fundamental del proyecto es que el alumno se acerque a las matemáticas a través de la exploración de esta disciplina, pudiendo establecer una relación coherente entre sus diferentes partes y crear, de este modo, un mapa global de las matemáticas. De este modo, se atenderá a los diferentes tipos de alumnado y formas de aprender. El proyecto de aprendizaje personalizado

tendrá en cuenta la graduación en dificultad y profundidad de los contenidos tratados en su estructura, facilitando, de esta manera, la atención a la diversidad durante el proceso de enseñanza.

Contextualización

A continuación, se van a exponer las características del centro educativo y del alumnado con el fin de situar la programación didáctica y el análisis crítico que se va a realizar de esta.

El Centro Educativo

El colegio Castroverde es un centro concertado que está dirigido por la Institución Teresiana. Actualmente, el concierto está implementado en todas las etapas educativas salvo en el primer ciclo de Educación Infantil y en los dos cursos de Bachillerato.

La Institución Teresiana es una asociación internacional laica que fue fundada por Pedro Poveda en 1911, sacerdote y pedagogo que nació en 1894 y murió fusilado en 1936, unos días después del inicio de la guerra civil española. Pedro Poveda fue canonizado por la iglesia católica en 2003. El nombre del centro, Castroverde, hace referencia a su segundo apellido. La Institución Teresiana esta formada por profesionales laicos que ejercen su labor en diferentes países. La institución cuenta con centros educativos, culturales y sociales los cuales desarrollan diversos proyectos. También cuenta con editoriales y publicaciones propias.

La Institución Teresiana esta asentada sobre unos estatutos que recogen los principios fundamentales de la asociación y de su organización. Existe un equipo directivo internacional que gestiona todos los centros de la institución. Periódicamente, cada seis años, se celebra una asamblea internacional para marcar las pautas de actuación y seleccionar un consejo de gobierno y una dirección. La asamblea reúne a los representantes de la institución en los diferentes países.

Una de las atribuciones que tienen los representantes de la institución es la supervisión de todos los centros asociados, para lo cual existen reuniones periódicas para evaluar y discutir sobre la situación de cada centro.

El día que fue canonizado San Pedro Poveda, el 4 de mayo, es fiesta en todos los centros de la red. Durante esa semana se programan diferentes actividades para conmemorar el aniversario.

Figura 1

Edificio del CC Castroverde.



Nota. imagen obtenida de Infomo Noticias.

Localización del Centro Educativo

El centro educativo se encuentra en uno de los barrios históricos de Santander. Antes del desarrollo moderno, el barrio estaba ocupado por viviendas de pescadores. Actualmente, está integrado dentro del centro urbano de la ciudad y ha experimentado una modernización en los últimos años. Se han construido viviendas nuevas y un garaje público, se han aumentado las aceras y facilitado el tránsito de peatones y se ha establecido una comunicación peatonal y ciclista con una importante zona residencial y turística de la ciudad a través de un antiguo túnel

del tranvía. Todo esto hace que el centro educativo se encuentre en una zona privilegiada dentro de la ciudad de Santander.

Instalaciones del Centro Educativo

El centro educativo está situado en un edificio en el centro de Santander. Durante los años ha experimentado cambios y ampliación. Actualmente el centro ocupa un pequeño edificio donde actualmente se sitúa la Educación Primaria. Debido a las necesidades educativas del centro y a la alta demanda de plazas, se decidió ampliar la superficie del centro adquiriendo parcelas cercanas. Se construyó un nuevo edificio de cinco plantas destinado a la Educación Secundaria, así como un nuevo patio, un gimnasio y un espacio destinado a comedor.

Cada planta del edificio en el que se encuentran las aulas de la Educación Secundaria está destinadas a un único nivel educativo. Todas ellas cuentan con una pequeña sala de profesores, servicios y aulas para cada grupo. Las aulas están equipadas con mesas individuales, sillas y una pizarra que ocupa una pared del aula.

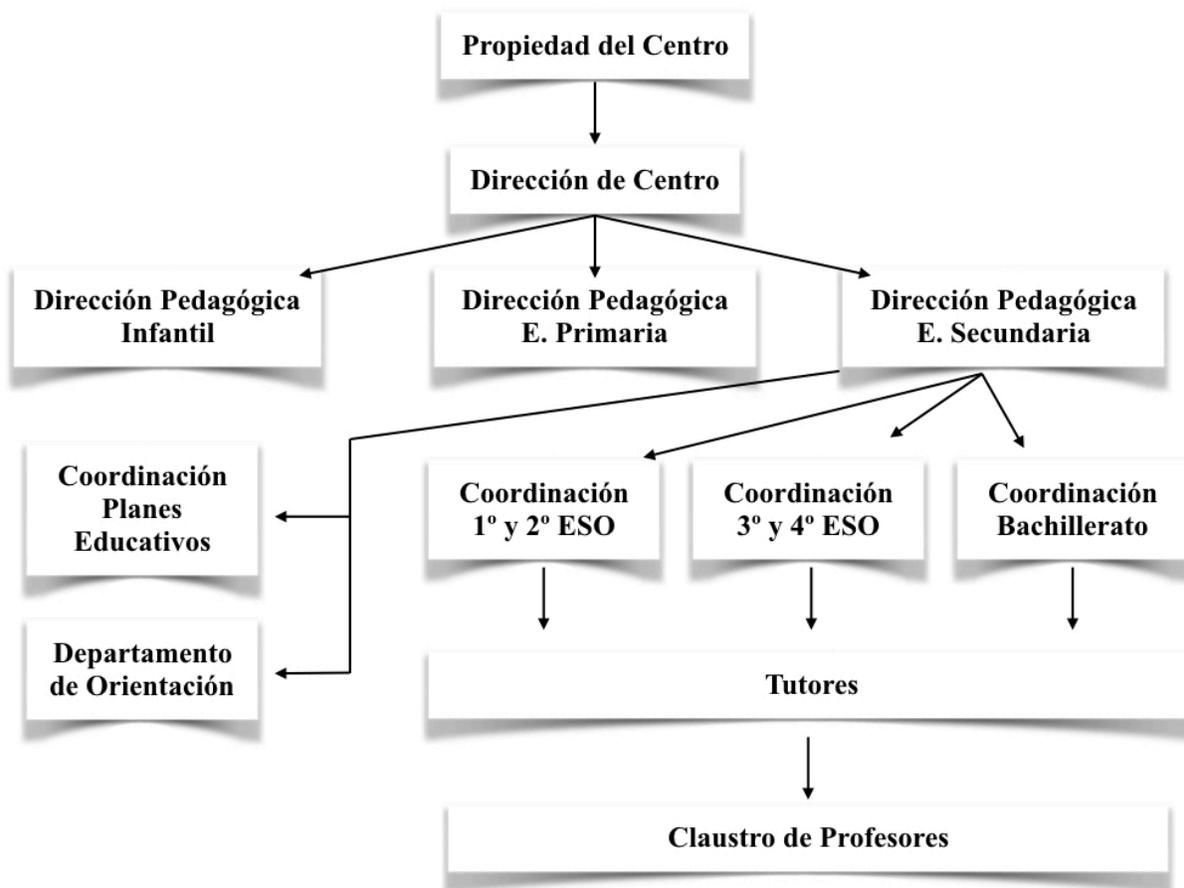
Cada aula cuenta con diferentes recursos tecnológicos. Todas ellas están equipadas con un proyector, una pantalla, así como un ordenador que se encuentra en la mesa del profesor. La pantalla consiste en un dispositivo que, además, puede ser empleado como pizarra electrónica. En el caso de que se quiera presentar algún tipo de recurso auditivo, el aula también cuenta con altavoces conectados al ordenador de la clase.

Organigrama del Centro Educativo

El centro consta de tres etapas educativas: educación infantil, educación primaria, educación secundaria. Existe una dirección del centro que coordina a todas las etapas educativas y que establece los principios educativos del centro. A su vez, propone las bases para las programaciones didácticas de cada etapa y dirige las actividades que tienen lugar en el centro. Por otro lado, existen una direcciones pedagógica en cada una de las etapas educativas mencionadas anteriormente que se encarga de gestionar cada uno de los niveles educativos de acuerdo a sus necesidades particulares.

Figura 2

Organigrama del centro educativo.



Nota. Este organigrama es una elaboración propia recopilando toda la información que aparece en los documentos del centro.

Por debajo de los directores de cada etapa están los coordinadores. En educación secundaria, cada coordinador es responsable de dos niveles educativos, de modo que existen tres coordinadores: uno para 1º y 2º de la ESO, otro para 3º y 4º de la ESO y un tercero para los dos cursos de Bachillerato. Los coordinadores son docentes de la propia etapa educativa que se encargan de gestionar las labores de todo el profesorado y las eventualidades que pueden surgir cada día. Debido a la carga de trabajo de los coordinadores, esto no suelen ser tutores de grupos académicos. Los coordinadores tienen destinadas cinco horas a la semana para reunirse entre

ellos y la dirección de la etapa y gestionar y organizar los diferentes procesos educativos que tiene lugar en el centro.

Además de los coordinadores de la etapa, existe coordinadores que se encargan de realizar la tareas correspondientes a diferentes planes y proyectos que desarrolla en centro. En este sentido cabe destacar la coordinación del Plan de Convivencia, gestionada por dos docentes, que se encarga de promover las medidas necesarias para mejorar la convivencia en el aula y en el centro educativo. Así como la realización de mediaciones con los alumnos y tutorías individualizadas. Por otro lado, existe una coordinación del proyecto pastoral del centro que se encarga de gestionar todas las actividades que tienen que ver con los principios religiosos y valores del centro. Entre sus funciones está el desarrollo de diferentes actividades solidarias, la organización de las festividades de la Institución Teresiana y la gestión de los espacios y momentos de reflexión que tiene lugar en el centro.

Por último, como es habitual, cada grupo-clase tiene un tutor que se encarga de coordinar a los diferentes profesores que imparten docencia en el grupo en relación a las necesidades que puedan mostrar los alumnos y a los problemas que puedan surgir en el aula. Los tutores son el enlace oficial del alumnado con el cuerpo docente. También se encargan de la comunicación con las familias para tratar los aspectos educativos de los alumnos. Además, dirigen la junta de evaluación del grupo de alumnos en las diferentes sesiones de evaluación que tienen lugar de forma periódica.

El claustro de profesores está formado por todos los docentes que trabajan en el centro escolar. Existen reuniones semanales de coordinación paralelas y de coordinación de por materias. En las primeras se reúnen los docentes de un mismo nivel o etapa con el objetivo de coordinar la labor docente de una forma transversal. Por otro lado, la reuniones de coordinación por materias tiene como objetivo el seguimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje en cada área de conocimiento con el fin de garantizar la continuidad del proceso educativo y promover la consecución de los objetivos establecidos en cada etapa.

Características del Alumnado

En general, los alumnos del centro muestran una gran diversidad y son un reflejo de la sociedad y el entorno que rodea al centro y a la ciudad. Sin embargo, es posible que exista un sesgo en los alumnos de Bachillerato e incluso en los últimos cursos de la ESO. La razón principal se debe a que el centro no está concertado en la etapa de Bachillerato por lo que es puramente privado. Esto hace que sólo el alumnado cuyas familias pueden hacer frente a los costes de la escolarización pueden continuar en los cursos de Bachillerato. Este hecho esencial tiene dos consecuencias claras. La primera es que existe una reducción del número de alumnos en los últimos cursos, lo cual es especialmente importante en las épocas de crisis económica ya que las familias tienen más problemas para afrontar gastos y prefieren la opción ofertada por la enseñanza pública o concertada. La segunda es que existe un sesgo del alumnado hacia un mayor poder adquisitivo. Por tanto, el entorno familiar y sociocultural de los alumnos en los cursos de Bachillerato es ligeramente diferente a del resto de cursos y, en parte, deja de ser un reflejo de la comunidad en la que habita el centro. Estas diferencias se empiezan a notar en los últimos cursos de la ESO, en especial en 4º de la ESO. En los últimos cursos de la ESO, las familias empiezan a buscar centros públicos o privados con concierto en Bachillerato con el fin de asegurarse una plaza una vez el alumno promocione de la ESO a Bachillerato.

Algunos alumnos del centro están inscritos en federaciones deportivas y de vez en cuando tiene competiciones deportivas dentro del horario escolar. Dicho alumnado está reconocido como deportista de alto rendimiento y puede justificar las faltas presentando la documentación necesaria. Cuando faltan varios días, los profesores tratan de proporcionarles el material necesario para que recuperen el nivel de la clase. Los principales deportes federados en los que participan los alumnos del centro son vela y hockey, los cuales son muy populares en determinados sectores de la sociedad santanderina.

Marco Legislativo

El sistema educativo español se encuentra regulado por la normativa tanto a nivel estatal como autonómico. En el rango de ley más alto se encuentra la Constitución Española, cuyos artículos garantizan los derechos fundamentales de todos los españoles. Dichos derechos incluyen el acceso a la educación como un derecho esencial que debe garantizar la igualdad de

oportunidades de todos los ciudadanos. Siguiendo este espíritu, la Ley Orgánica 8/1985, de 3 de julio, reguladora del Derecho a la Educación, desarrolla este derecho y concreta la organización y estructura de la educación. Actualmente, algunos artículos de esta ley se encuentran vigentes en su formato original, a pesar de los cambios legislativos que han tenido lugar en la últimas décadas.

La actual y nueva normativa viene recogida en la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.. Estas dos leyes orgánicas, la original y su modificación reciente, establecen el marco legislación en vigor en el momento de redactar el presente trabajo. A pesar de ello, conviene destacar en el curso 2022/2023 se ha preservado la antigua ley en los cursos pares, según una disposición adicional. El curso académico objeto del presente proyecto educativo es 1º de Bachillerato, por lo que adoptaremos la nueva normativa como referente.

Uno de los cambios fundamentales promovidos por la actual Ley de Educación en comparación con sus predecesoras, es la incorporación de las competencias del alumnado como el centro de la labor educativa. En este caso, se hace énfasis en la destrezas del alumnado en un determinado perfil de salida, en lugar de los contenidos académicos tratados durante la etapa. Además, se intenta que el proceso educativo tenga un carácter práctico y se consiga adaptar mejor a los nuevos alumnos a situaciones y retos de la vida cotidiana.

A nivel estatal, las leyes orgánicas se desarrollan más en profundidad por los reales decretos. En el caso de la educación, los aspectos concretos de la normativa se encuentran recogidos principalmente en el Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. Además, existen otros reales decretos que regulan aspectos particulares del proceso educativa, como pueden ser la organización de los centro educativos aspectos concretos de la evaluación.

Según la organización administrativa del estado español, las competencias de educación se encuentran transferidas en su mayor parte a la comunidades autónomas. Estas últimas administraciones son las encargadas de desarrollar la normativa estatal, adecuando las leyes a los aspectos particulares de cada territorio. En el caso de la comunidad autónoma de Cantabria, los aspectos principales del sistema educativo se encuentran expuestos en el Decreto 73/2022, de 27

de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. Debido a que el anterior texto legislativo es la ley de menor rango dentro de normativa más importante que desarrollan la educación, se puede tomar como referencia a la hora de desarrollar la profesión docente, ya que debería ser coherente con las leyes de rango superior. En el caso de aspectos concretos que no estén desarrollados plenamente en la normativa autonómica, se debe recurrir a la normativa estatal, leyes orgánicas y reales decretos.

En el Anexo I, se puede encontrar una lista completa de toda la legislación que afecta a la educación secundaria en la comunidad autónoma de Cantabria.

Análisis Crítico y Propuestas de Mejora de la Programación Didáctica del Centro

En el presente curso académico, las programaciones de los cursos impares se rigen por la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOMLOE), según se establece en dicha normativa. Debido que se trata del primer curso académico en el que se desarrolla la ley citada anteriormente, ha existido cierta flexibilidad por parte de la administración y de las consejerías autonómicas competentes a la hora de desarrollar las programaciones didácticas. Aunque ha habido cierta flexibilidad a la hora de presentar las programaciones, esto no ha impedido que se haya hecho un gran esfuerzo por tener las programaciones didácticas ajustadas a la norma.

En la comunidad autónoma de Cantabria, las programaciones didácticas de los cursos impares, regidas por la nueva ley (LOMLOE), debían ser remitidos a la consejería en abril. Esta situación excepcional ha venido motivada por la poca antelación con la que se ha publicado la normativa. Por lo tanto, formalmente las programaciones didácticas no han estado completamente listas para el inicio del curso. A pesar de ello, la labor docente no se ha visto alterada y se han trabajado con borradores adecuados a la nueva norma. Tal y como se ha comentado, debido a una disposición transitoria en la ley, los únicos cursos que han sido afectados por la nueva normativa y, por tanto, han sido objeto de esta situación excepcional, son los impares.

El Currículo

Uno de los apartados que son imprescindibles en la programación didáctica es el relacionado con la evaluación. Se detallan cuáles van a ser los criterios de evaluación que se van a aplicar a cada competencias específica, así como cuáles van a ser los instrumentos de evaluación que se pretenden utilizar. El programa hace énfasis en la necesidad de una evaluación continua durante todos el curso, siendo el seguimiento del alumnado un pilar fundamental de la programación.

Uno de los aspecto del currículo que se puede mejorar sustancialmente es la estructura de las unidades en cuanto a saberes básicos y competencia. Es posible que la programación actual haya sido obtenida modificando una anterior. Sin embargo, debido al cambio normativo producido al inicio del curso, la evolución desde una programación que se rige por la antigua norma no haya desembocado en una programación completamente adaptada a la normativa vigente actualmente. Uno de los mayores cambios que se han producido en la norma ha sido el tránsito de los contenidos a las competencias como horizonte educativo. A este respecto, se nota que en la normativa todavía existe un esquema rígido en cuando a los saberes básicos (antiguos contenidos), los cuales deberían estar dispersos a lo largo de toda la programación de forma más o menos uniforme, sin perjuicio de que pudiera existir una concentración mayor de algunos de ellos un unidades concretas.

La Atención a la Diversidad

En la programación didáctica, es especialmente importante considerar al alumnado que presenta necesidades educativas especiales. Se menciona al Diseño Universal del Aprendizaje como una guía a la hora de establecer la programación e impartir las clases. Además, se establecen una serie de actuaciones y procedimientos a llevar a cabo en diferentes situaciones particulares (Decreto 78/2019, de 24 de mayo, de ordenación de la atención a la diversidad en los centros públicos y privados concertados que imparten enseñanzas no universitarias en la Comunidad Autónoma de Cantabria).

De forma explícita, se mencionan actuaciones y procedimiento para el alumnado con dificultades del aprendizaje, Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH),

Trastornos del Espectro Autista TEA y alumnos con altas capacidades, ya que se tratan de los tipos adaptaciones más frecuentes en el centro. Además, se tiene en cuenta la posibilidad de que en la aulas haya alumnos extranjeros que presenten algún tipo de problema de comunicación en la lengua vehicular de la educación.

Las Herramientas TIC

En la programación didáctica viene indicado la utilización de herramientas TIC durante las clases. Principalmente, se hace uso de las tecnologías más comunes implantadas en el centro educativo. Por ejemplo, se programa el empleo de la plataforma destinada a la comunicación con los alumnos y las familias, así como otras aplicaciones que permiten la gestión de la labor docente. Sin embargo, la acción docente planteada a nivel de aula no contempla un uso activo de las herramientas TIC de forma concreta y específica. Por ejemplo, apenas se menciona el uso de los dispositivos electrónicos personales de los alumnos durante las clases. En matemáticas, se podría emplear computadoras y herramientas de cálculo en la mayoría de los sentidos matemáticos tratados, ya que estos permiten realizar cálculos, analizar datos o representar funciones. A pesar de ello, la programación didáctica no promueve el uso de estas herramientas en la asignatura de matemáticas. Tampoco se menciona el uso específico del ordenador, el proyector, ni la pizarra electrónica disponibles en cada aula. En mi opinión, se podría sacar más partido a este tipo de dispositivos durante la labor docente.

Los Valores

Los valores de la programación didáctica están de acuerdo con los reflejados en los documentos de carácter general del centro. El proyecto educativo del centro plantea una educación centrada en las personas, tanto en los profesores como en los alumnos. La formación del alumnado como buenos ciudadanos es una de las prioridades del proyecto, más allá de la adquisición de un conocimiento matemático específico.

Además, se promueve la atención a la diversidad como una pieza clave de la programación. Se establecen protocolos de actuación a nivel de centro y de aula para atender a la diversidad. Tal y como aparece reflejado en la programación, se pretende destinar una parte de

las horas laborales del profesor a la atención particular de alumnos que muestren algún tipo de dificultad.

Las Metodologías Activas

La metodología que más destaca en la programación y en la práctica docente es la clase magistral participativa. Este tipo de metodología tiene la ventaja que permite profundizar en el temario y establecer un hilo expositivo claro. Para que este tipo de metodología sea considerada una buena práctica docente, es indispensable que se combine con una participación activa del alumnado. Esto permite que el aprendizaje tenga una base consistente en el diálogo, a la vez que permite una retroalimentación. El profesor puede evaluar de forma inmediata al alumnado y moldear la clase magistral para que la exposición sea lo más clara posible. Además, la participación de los alumnos permite que la clase magistral se adapte a los diferentes modos de aprendizaje.

Sin embargo, considero que en la presente programación se ha hecho un uso abusivo de esta metodología. La mayoría de las clases destinadas al desarrollo del contenido de la asignatura utilizan la clase magistral participativa como metodología. Este hecho, puede causar que parte del alumnado no sea capaz de seguir el desarrollo de la asignatura y se queden atrás con respecto a sus compañeros.

Uno de los aspectos positivos que se planean en la programación didáctica es la realización de actividades de evaluación formativa, así como una interacción constante con el alumnado. Está previsto que el docente proponga ejercicios a los alumnos de forma periódica para que trabajen en clase. Estos ejercicios deben ser evaluados por el profesor, presentando los resultados en la sesión inmediatamente posterior. Mientras que los alumnos están implicados en las actividades, se pretende que el profesor observe a los alumnos con la intención de personalizar la acción docente y emplear más tiempo con los alumnos que muestren más dificultades. Por otro lado, si el profesor observa una duda general que afectaba a toda la clase, puede proceder a resolverla en grupo para que todos los alumnos puedan atender a la explicación.

Desarrollo de la Programación Didáctica Mejorada

Currículo

El currículo de matemáticas para Bachillerato viene recogido la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación y en el Decreto 73/2022, de 27 de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria.

Definiciones de los Elementos Curriculares

A continuación, se definen los elementos curriculares básicos que serán empleados a la hora de construir y desarrollar la programación didáctica:

- **Objetivos.** Los objetivos educativos del currículo consisten en una serie de habilidades que se pretende que el alumnado adquiera tras su paso por el sistema educativo. Se trata de un conjunto de propósitos que deben guiar la acción educativa y el desarrollo de las programaciones didácticas.
- **Saberes básicos.** Los saberes básicos consisten en las habilidades necesarias para trabajar y manipular los conceptos matemáticos tratados en un determinado nivel académico. Vienen recogidos en la normativa clasificados de forma independiente para cada asignatura. Todos los saberes básicos establecidos en la norma deben ser tratados alguna vez a lo largo de la programación didáctica. Sin embargo, este conjunto puede ser ampliado para incluir otros saberes básicos que el docente considere oportuno tratar a lo largo del curso.
- **Sentidos matemáticos.** Los saberes básicos se encuentran agrupados en sentidos matemáticos estableciendo agrupaciones coherentes y relacionadas entre sí. Este tipo de categorización puede ser útil a la hora de establecer la estructura de la programación.
- **Competencias clave.** Son las habilidades y destrezas que se pretende fomentar en el alumnado para garantizar su completo desarrollo educativo y formación como personas y ciudadanos.

Las competencias clave vienen establecidas en la normativa estatal y son un reflejo de las recomendaciones del Consejo de la Unión Europea.

- Competencias específicas. Debido al carácter general de las competencias clave, es necesario concretar las competencias que se pretende que el alumnado adquiera en relación a una materia en particular. Al tratarse de un elemento curricular más definido, las competencias específicas se pueden conectar de forma más sencilla con los saberes básicos y los criterios de evaluación. De esta forma, se establece un vínculo entre las competencias clave y estos dos elementos curriculares.
- Criterios de evaluación. Cada competencia específica debe ser evaluada durante la acción docente. Los criterios de evaluación consisten en pautas que se deben emplear para determinar si se ha adquirido una competencia específica en particular.
- Situaciones de aprendizaje. Las situaciones de aprendizaje son actividades basadas en escenarios prácticos que permiten a los alumnos desarrollar las competencias clave y específicas.

Unidades Didácticas

La docencia de la materia de Matemáticas I, correspondiente al 1º curso de Bachillerato de la modalidad de ciencias, se divide en 12 unidades de programación, las cuales trabajarán todas las competencias clave y específicas empleando, al menos, todos los saberes básicos recogidos en la normativa. Se propone la siguiente división de la materia:

- El número en matemáticas.
- Álgebra y polinomios.
- Los números complejos.
- Ecuaciones e inecuaciones.
- Espacios vectoriales.
- Geometría afín en el plano.
- Espacio métrico.
- Análisis matemático y funciones.

- Límites de funciones y sus aplicaciones.
- Las derivadas y sus aplicaciones.
- Probabilidad y estadística.
- Análisis de datos.

El diseño y estructura de la presente programación didáctica pretende establecer el desarrollo de la materia de la manera más continua posible, siendo fácil establecer relaciones entre las diferentes unidades de programación. En la medida de lo posible, se intenta preservar la construcción del conocimiento matemático a través de su desarrollo histórico con la motivación de destacar la revolución que provocó cada avance matemático. En este sentido, se pretende que los conceptos relacionados con cada conjunto numérico que aparece en matemáticas sean desarrollados a la par que los problemas algebraicos que lo motivan. Por razones prácticas, está la obligación de dividir la asignatura en unidades de programación, pero se intenta facilitar la permeabilidad entre unidades a la hora de organizar la materia. Por ejemplo, la secuencia de las primeras cuatro unidades relacionadas con los números, los polinomios, los números complejos, las ecuaciones y las inecuaciones, pretende que sea un avance interconectado a lo largo del desarrollo matemático que permita a los alumnos conocer los diferentes conceptos matemáticos en profundidad.

Por otro lado, se ha intentado dar un enfoque más práctico basado en las competencias del alumnado para enfrentarse a problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología. A este respecto, se pretende desarrollar una unidad de programación relacionada, en parte, con la probabilidad y estadística, pero que también puede emplear todo el conocimiento matemático anterior de forma transversal. La unidad de análisis de datos, situada al final de la programación, está destinada a desarrollar el pensamiento científico y la ciencia de datos de una manera innovadora y práctica. Este tipo de competencias son cada vez más necesarias en la época actual y está en consonancia que las directrices promulgadas por diferentes organismos institucionales. Un planteamiento ideal para la unidad de análisis de datos podría ser el desarrollo de un proyecto científico concreto en forma de una situación de aprendizaje en el que el alumnado pueda aplicar

todos los saberes básicos y competencias adquiridas durante el curso. Por esta razón, esta unidad de programación se sitúa al final del curso académico, aún con el riesgo de que se vea afectada por la presión acumulada a lo largo del curso de los plazos establecidos en el calendario escolar.

A continuación, se detalla una tabla en la que se recogen los saberes básicos tratados en cada unidad, así como la cantidad de sesiones destinadas a cada una de ellas.

Tabla 1

Unidades de Programación.

Número de Unidad	Unidad de programación	Número de sesiones	Saberes básicos
1	El número en matemáticas	8	A1.1, A2.1, A2.3
2	Álgebra y polinomios	10	D2.1, D2.2, D3.1, D4.3
3	Los números complejos	11	A2.2, A2.3
4	Ecuaciones e inecuaciones	11	D2.1, D2.2, D3.1, D4.3
5	Espacios vectoriales	10	A1.2, A1.3, A2.4, C3.4
6	Geometría afín en el plano	10	B1.1, C1.1, C1.2, C2.1, C2.2, C3.1, C3.2, C3.3, C3.4
7	Espacio métrico	10	B1.1, C1.1, C1.2, C2.1, C2.2, C3.1, C3.2, C3.3, C3.4
8	Análisis matemático y funciones	10	D1.1, D4.1, D4.2, D4.3
9	Límites de funciones y sus aplicaciones	12	D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2
10	Las derivadas y sus aplicaciones	12	D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2, B2.3
11	Probabilidad y estadística	8	B1.2, E1.1, E1.2, E1.5, E2.1, E2.2
12	Análisis de datos	8	E1.3, E1.4, E1.5, E2.1, E3.1

Aparte de los saberes básicos reflejados de forma explícita en la tabla anterior, se consideran transversales todos aquellos englobados en el sentido socioafectivo (F), así como los relacionados con el pensamiento computacional (D5): formulación, resolución, análisis y comparación de diferentes algoritmos en el proceso de resolución de problemas.

Calendario Escolar

Siguiendo las directrices de administraciones autonómicas, el curso académico consta de unas 36 semanas lectivas. Por lo tanto, si dividimos la docencia en los tres trimestres programados, se dedicarían unas 12 semanas a cada trimestre. Este cálculo tiene en cuenta los periodos no lectivos y vacacionales, pero desprecia la presencia de festivos puntuales a lo largo del curso, los cuales pueden variar año a año. De esta forma, los días propiamente lectivos será inferior. Por ejemplo, en el calendario del curso 2020/2023 se produce una reducción de 8 días adicionales del periodo lectivo, lo cual corresponde a unos 3 días por trimestre.

En la presente programación, se pretende que cada trimestre ocupe cuatro unidades de programación. Si nos adecuamos a los días disponibles, cada unidad deberá ocupar entre 2 o 3 semanas. Este cálculo tiene en cuenta sesiones destinadas a repaso y evaluación, las cuales se incorporan preferiblemente al final de cada unidad o al final de cada trimestre.

Según la normativa actual, el número de horas semanales destinadas a la materia de Matemáticas I es de cuatro sesiones. Por lo tanto, el tamaño de las unidades de programación deberán ocupar entre 8 y 12 sesiones. Dependiendo de la cantidad de saberes básicos y competencias que se desean trabajar en cada parte, se pueden destinar más o menos horas a cada unidad.

En toda programación didáctica hay que tener en cuenta días destinados a imprevistos, suspensión de la docencia por la realización de pruebas evaluables, visitas, excursiones programadas o la realización de otras dinámicas, etc. En encaje de todos estos factores es uno de los retos a los que se enfrenta el equipo docente a la hora de realizar una programación viable.

alumnado. En función de los resultados obtenidos se pretende adaptar el desarrollo de la unidad dentro de la flexibilidad que permite la presente programación. En segundo lugar, la evaluación formativa tendrá lugar durante el desarrollo de la unidad con el fin conocer la evolución del alumnado durante el proceso educativo. Uno de los objetivos principales de este tipo de evaluación es que el alumnado pueda conocer cuál es el estado de su proceso de aprendizaje y enfocar la atención en la debilidades que pueda mostrar. En este sentido, es esencial que los alumnos reciban retroalimentación por parte del profesor durante el desarrollo de la evaluación formativa. Finalmente, la evaluación sumativa o final pretende evaluar el estado del alumnado al final del proceso de enseñanza aprendizaje y establecer el grado de consecución de los objetivos de aprendizaje establecidos previamente al inicio de la unidad.

Evaluación Diagnóstica o Inicial. La evaluación inicial está destinada a incrementar el conocimiento sobre el alumnado por parte del docente antes de empezar a trabajar nuevas competencias y contenidos. Esto permite establecer un punto de inicio adecuado para inicial el proceso de enseñanza aprendizaje. En la presente unidad, proponemos que se realice una dinámica en la que se realicen preguntas al alumnado de una forma amena sin que sientan que están sometidos a una prueba calificable. Un formato adecuado puede basarse en el uso de una aplicación web que permita realizar cuestionario y, posteriormente a su realización, analizar los resultados obtenidos.

Evaluación Formativa. La evaluación formativa durante la presente unidad estará compuesta principalmente por el desarrollo de las actividades propuesta en clase. Se pretende que la evaluación formativa se realice de forma frecuente sin el perjuicio de las horas destinadas a otras actividades educativas. Por ello, parte de la actividades propuestas serán evaluadas. Dichas actividades ocuparán unos minutos al final de la clase, con el objetivo de que el alumnado tenga el tiempo necesario de familiarizarse y centrarse en los contenidos evaluados. El resultado de dicha evaluación será compartida con los alumnos de forma inmediata, ya sea al finalizar la actividad, si la dinámica de la evaluación así los permite, o al inicio de la sesión inmediatamente posterior. Para que la evaluación formativa sea realmente útil es aconsejable que en el informe de evaluación conste los puntos débiles y fuertes de cada alumno para que estos

puedan ser consciente de su estado de aprendizaje e implementar mejoras durante el resto de las sesiones de la unidad.

Evaluación Sumativa o Final. La evaluación sumativa tiene lugar al finalizar una bloque programático de manera que se pueda obtener información sobre el grado de consecución de los objetivos didácticos. Para este efecto proponemos una prueba que combine una parte escrita y oral. Las prueba escrita puede basarse en la realización de actividades como las planteadas en clase durante el desarrollo de la unidad. Por otro lado, la prueba oral puede consistir en una pequeña presentación por parte de los alumnos, bien sea en grupo o individual, en la que los alumnos muestren las competencias adquiridas. Es importante que ambas pruebas sean trabajadas en clase en una sesión posterior una vez que los alumnos conozcan los resultados de la evaluación.

Instrumentos de Evaluación

A la hora de evaluar la presente unidad de programación, se emplearán diferentes instrumentos de evaluación en función de los aspectos del aprendizaje que desea caracterizar. A continuación, se detallan los instrumentos de evaluación empleados en a diferentes partes de la programación:

Rúbricas. Las rubricas son un elemento esencial dentro de la evaluación. Consisten en el establecimiento de una serie de aspectos a evaluar juntos con una escala que caracterice el grado de consecución de cada objetivo. En última instancia, los puntos evaluables que aparezcan en la rúbrica deberán estar directamente relacionados con los criterios de evaluación de las competencias específicas trabajadas en cada actividad.

Listas de Cotejo. Este tipo de instrumento de evaluación consiste en el establecimiento de una serie de criterios de evaluación con el objetivo de comprobar si el alumnado ha completado con éxito cada criterio o, en cambio, necesita mejorar en alguno de ellos. Las listas de cotejo es un instrumento adecuado cuando se quiere evaluar la dinámica de la clase sin llegar a la precisión y detalle de una rúbrica.

Registros de Observación Directa. La observación del docente es una parte fundamental de la evaluación, ya que permite atender a problemas concretos que se puedan presentar en el aula o con determinados alumnos. Los registros de observación pueden consistir en un cuaderno del profesor en el que se anote el comportamiento particular de los alumnos observado durante la actividad docente.

Cuestionarios. Otro de los instrumentos de evaluación que pueden resultar útiles en la labor docente son los cuestionarios. Los cuestionarios consisten en una serie de preguntas sencillas atendiendo a los diferentes criterios de evaluación considerados en dicho instrumento de evaluación, las cuales deben ser contestadas por los alumnos.

Pruebas Escritas. Uno de los instrumentos de evaluación más comunes es el uso de pruebas escritas. Este tipo de herramientas tienen la ventaja que puedan evaluar ciertas competencias en detalle y de una manera más profunda que otros instrumentos de evaluación. Sin embargo, tienen la desventaja de que son difícilmente aplicables a algunas competencias y que son difíciles de adaptar a la diversidad del alumnado. Las pruebas escritas son especialmente en la evaluación sumativa o final.

Pruebas Orales. Este tipo de instrumentos cumplen una función similar a las pruebas escritas. Sin embargo, tienen la ventaja de que se adaptan mejor a ciertas competencias. Sobre todo, permiten evaluar las competencias relacionadas con la comunicación matemática de una manera más efectiva.

Criterios de Calificación

La calificación del alumnado se realizará asignando a cada competencia específica un valor numérico que indique el grado de desempeño del alumno. Se obtendrá un valor numérico para cada una de las unidades de programación desarrolladas a lo largo del curso. Por lo tanto, todas las competencias específicas de la materia deberán ser evaluadas y calificadas en todas las unidades.

Cada instrumento de evaluación deberá estar diseñado para evaluar las competencias específicas en una única unidad. De esta manera, se obtiene una calificación para cada unidad concreta, identificando con muchas más precisión los posibles problemas de aprendizaje que muestre el alumnado. De forma excepcional, siempre que esté justificado por la falta de tiempo o algún otro motivo relevante, se puede emplear el mismo instrumento de evaluación para contenidos de dos o más unidades diferentes. Si este es el caso, se recomienda obtener calificaciones diferentes para cada unidad de programación al final del proceso evaluador.

Bajo ciertas condiciones, la calificación de global de la materia se calcula promediando las diferentes calificaciones de cada unidad de programación. Los pesos específicos de cada unidad en la calificación global serán iguales. Solamente en el caso de que exista una unidad que, por algún motivo, no haya podido ser desarrollada completamente, se podrán modificar las contribuciones relativas de cada unidad.

Con el objetivo de que las competencias específicas sean desarrolladas en todos los saberes básicos, tan sólo se permitirá que un unidad de programación con una calificación menor del 50%. En caso contrario, el alumno deberá recuperar las unidades en las que no obtuvo la calificación suficiente.

Recuperaciones y Recalificaciones

Los instrumentos de evaluación empleados en la recuperación pueden variar en función de las competencias específicas que no alcanzaron el nivel mínimo. En general, el instrumento empleado puede variar desde una prueba escrita o la realización de un pequeño proyecto o trabajo en función de las competencias que se pretenden volver a evaluar. Las recuperaciones se deben realizar para cada unidad que no obtiene la calificación mínima. Cuando el número de unidades a recuperar sea mayor o igual a tres, se puede emplear el mismo instrumento de evaluación para todas las unidades objeto de la recuperación.

Finalmente, los alumnos que lo deseen pueden intentar subir su calificación realizando alguna actividad acordada con el profesor previamente. Dicha actividad puede involucrar más de una unidad de programación, aunque las calificaciones deben ser independientes para cada unidad.

Es potestad del alumno establecer qué unidades van a ser recalificadas. Por otro lado, el docente establecerá los posibles instrumentos de evaluación susceptibles de ser empleados para subir la calificación y las competencias específicas a las que afectan. Una vez realizada la evaluación mediante el instrumento acordado por el alumno y el profesor, la nueva calificación obtenida para cada competencia y cada unidad afectada por el proceso de recalificación, reemplazará a la calificación anterior, siempre y cuando esta sea mayor. En el caso contrario, se mantendrá la antigua calificación. Las competencias específicas y las unidades de programación no afectadas por el instrumento de evaluación elegido, no verán modificada su calificación.

Evaluación Docente

En el proceso de enseñanza aprendizaje, es fundamental evaluar la actividad docente con el objetivo de establecer puntos de mejora en la programación. Uno de los aspectos que se deben tener en cuenta en la evaluación docente es el Diseño Universal del Aprendizaje (DUA) con el objetivo de profundizar en este principio básico de la enseñanza. En la presente programación, se emplearán los siguientes instrumentos de evaluación de la actividad docente:

- Comparación de las distribuciones de calificaciones. Se trata de una evaluación cuantitativa, en la que se comparan dos distribuciones de calificaciones sujetas a condiciones diferentes. Dicha comparación se realiza estableciendo un criterio estadístico para detectar diferencias significativas en las calificaciones. En el caso de que se detecte alguna diferencia, se procederá a analizar e interpretar los resultados. Este proceso de análisis debe finalizar con una serie de recomendaciones para mejorar la calificaciones de los alumnos.
- Comparación del progreso de determinados alumnos. Con el objetivo de evaluar la atención a la diversidad, se prestará atención al desempeño de los alumnos que presentan problemáticas en el aprendizaje. Se compararán de forma precisa la evolución del alumno en las diferentes competencias bajo diferentes metodologías y dinámicas con el fin de resaltar aquellas que mejoran el proceso de aprendizaje del alumno.
- Cuestionarios al alumnado. Se presentará de forma periódica un cuestionario al alumnado para que evalúen ciertos aspectos de la docencia. Estos procesos de evaluación se realizarán bajo las

condiciones adecuadas con el objeto de que las impresiones del alumnado sean lo más objetivas posibles. Se emplearán aplicaciones de cuestionarios para facilitar el análisis de las respuestas facilitadas por los alumnos.

- Cuaderno del profesor. Con el fin de realizar una evaluación diaria del proceso de enseñanza-aprendizaje, el docente registrará en un diario las observaciones que considere oportuno con respecto a metodologías, dinámicas, temporalización y demás aspectos relevantes de la docencia.

La Atención a la Diversidad

Una de las medidas más importantes que deben tenerse en cuenta a la hora de desarrollar una unidad de programación y llevarla a la práctica es la atención a la diversidad. En una clase, siempre existe diversidad en el alumnado que tiene que tenerse en cuenta. Los alumnos pueden presentar diferentes formas de comunicarse y relacionarse con el entorno, así como diferentes formas de aprender y destrezas durante el aprendizaje. El docente debe tener en cuenta a todo el alumnado y la práctica profesional debe estar regida por el principio de igualdad de oportunidades (Decreto 78/2019, de 24 de mayo, de ordenación de la atención a la diversidad en los centros públicos y privados concertados que imparten enseñanzas no universitarias en la Comunidad Autónoma de Cantabria).

El principio que guía la presente programación es el Diseño Universal del Aprendizaje (DUA). Se pretende que todas las actividades y metodologías empleadas sean lo suficientemente generales y versátiles para adaptarse a todos los tipos de alumnado. En este sentido, se amortigua la necesidad de implantar medidas excepcionales para atender a los alumnos con necesidades especiales.

En la unidad que nos ocupa, cuyo elemento central es el análisis de funciones, se pueden implementar los principios del DUA de una forma más o menos sencilla empleando tanto expresiones algebraicas, como métodos visuales. Esto permite que ciertos alumnos que pueden presentar problemas con el lenguaje matemático escrito, o con el lenguaje en general, empleen otros medios para desarrollar su aprendizaje.

Otras de las necesidades educativas especiales que pueden surgir en el aula son las relacionadas con la altas capacidades. A este respecto, proponemos que la dificultad de las actividades sean fácilmente graduables, permitiendo que los alumnos, ya tengan altas capacidades o no pueden avanzar incrementando la dificultad de los desafíos a los que se enfrentan. Por otro lado, este mismo diseño también se puede emplear para alumnos con algún tipo de dificultad en el aprendizaje. La dificultad de las actividades también se pueden reescalar para sea algo más asequible. Este es otro aspecto de la unidad que sigue el Diseño Universal del Aprendizaje.

Finalmente, se prevé, en el diseño de las evaluaciones, la posibilidad de introducir adaptaciones, tanto en el tiempo disponible como en el formato particular del instrumento de evaluación. Este tipo de adaptaciones siempre están supeditadas a las decisiones colegiadas del equipo de orientación, siendo este el que indique los términos de las adaptaciones. Es la labor del profesor mostrar la versatilidad suficiente en la programación para que esta pueda ser adaptada según las necesidades específicas del alumnado.

Las Herramientas TIC

Las herramientas que emplean Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) son cada vez más esenciales en educación. Por un lado, cada vez están más integradas en la sociedad actual y forma parte del entorno del alumnado, modificando su forma de comunicarse y relacionarse con el entorno. Por otro lado, el empleo cada vez más frecuente de nuevas metodologías requieren otro tipo de interacciones con el alumnado. En este caso, las herramientas TIC son una plataforma muy útil para implementar este tipo de metodologías.

Existen una gran variedad de aplicaciones y programas que pueden realizar diferentes tareas y utilizarse para diversos propósitos en el proceso de enseñanza aprendizaje. A continuación, describiremos cada tipo de herramienta atendiendo a su categoría sin mencionar ninguna de ellas en particular. Dejamos libertad al docente que pretenda implementar la presente programación, o alguna similar, para que escoja la aplicación en concreto que más se adapte a sus propósitos.

- Plataformas educativas. Muchos centros emplean algún tipo de plataforma educativa, ya bien sean públicas o privadas. Este tipo de plataformas, está destinadas a facilitar la interacción entre los profesores y los alumnos, así como con las familias. Se tratan de herramientas cada vez imprescindibles para realizar la labor docente.
- Aplicaciones de cuestionarios. Existen una gran variedad de aplicaciones destinadas a desarrollar pequeños cuestionarios. Se pueden emplear como instrumentos de evaluación para realizar evaluaciones diagnósticas o formativas, ya que permiten un rápido de análisis de los resultados. Sin embargo, debido a la limitación del formato de las preguntas y respuestas, no es recomendable su utilización en todo tipo de evaluación. Este tipo de herramientas TIC encajan muy bien en entornos educativos gamificados.
- Aplicaciones matemáticas de cálculo simbólico. Hay diversos recursos tecnológicos que permiten realizar cálculos de tipo simbólico. Este tipo de herramientas se pueden emplear en educación para comprobar resultados o conocer desarrollos matemáticos de determinadas operaciones y algoritmos.
- Aplicaciones de representación de funciones. Otra de las funcionalidades básicas de muchas herramientas matemáticas es la de representación de funciones en el plano cartesiano. Este tipo de aplicaciones son imprescindibles para profundizar en el área de análisis matemático.
- Aplicaciones de representación de figuras geométricas. Durante la docencia de la geometría, es imprescindible representar figuras geométricas para realizar explicaciones y mostrar conceptos. A veces, muchas de la figuras son difíciles de realizar a mano alzada en una pizarra o hoja de papel. El empleo de herramientas con la capacidad de dibujar elementos geométricos básicos facilita mucha la labor docente en el apartado de geometría.
- Calculadoras científicas. A pesar de que es una herramienta antigua que no se puede considerar como propia de las nuevas tecnologías, cada vez existen calculadoras con más funcionalidades y capacidad de cálculo. En el mercado, se encuentran disponibles calculadoras que permiten implementar pequeños programas informáticos y ejecutarlos, convirtiéndose en pequeños ordenadores. Además, presentan mejoras en las funcionalidades de cálculo numérico,

simbólico y gráfico. Es bastante posible que el alumnado no haya sacado el mayor provecho posible a este tipo de dispositivo, a pesar haber contado con calculadores durante varias etapas educativas y en diferentes materias.

- Aplicaciones de creaciones de contenido audiovisual. En esta categoría podemos incluir cualquier aplicación destinada a crear o diseñar cualquier tipo de material audiovisual. Por un lado, este tipo de herramientas, permiten al docente crear un material destinado a formar parte de una unidad didáctica que sea atractivo y motivador para los alumnos. Además, por otro lado, se pueden diseñar dinámicas en las que se emplee este tipo de aplicaciones por parte de los alumnos a la hora de realizar una determinada actividad.

Los Valores

Los valores en educación son la piedra angular de la formación del alumnado como ciudadanos. Más allá de las competencias y de los saberes básicos, los objetivos y principios educativos marcan cuál es el horizonte previsto en el desarrollo de los alumnos durante su paso por el sistema educativo. Estos objetivos tienen que estar fundamentados en valores y principios democráticos y en consonancia con la sociedad que se pretende construir. En este sentido, los agentes educativos juegan un papel esencial en la sociedad y, por tanto, es imprescindible tener en cuenta los valores a la hora de diseñar un programa educativo.

Uno de los principios más fundamentales de la educación es el derecho de todo individuo a formarse y crecer como persona y ciudadano. En la práctica, sólo se puede conseguir este objetivo si se tiene en cuenta la atención a la diversidad. Reconocer y acoger la diferencia entre el alumnado tiene que ser un pilar del sistema educativo. A este respecto, el Diseño Universal del Aprendizaje (DUA) debe ser una guía fundamental a la hora de ejercer la labor docente. Siguiendo este principio, las programaciones didácticas deben recoger actividades, dinámicas y formas de evaluar capaces de adaptarse a todo tipo del alumnado. Se trata de crear un espacio educativo, tanto físico como inmaterial, que acoja a todos alumnos por igual.

Otros de los aspectos que son fundamentales a la hora de establecer los valores y principios educativos, es la relación que existe entre todos los miembros de la comunidad

educativa. El respeto, la cooperación y la solidaridad deben estar presentes en todas las acciones educativas que tengan lugar en el centro escolar. Establecer un clima de comunidad cohesionada es imprescindible a la hora de realizar la labor educativa. La programación didáctica debe fomentar este tipo de interacciones entre el alumnado, así como entre el profesor y los alumnos. El desarrollo de actividades grupales, debates, diálogos, dinámicas de aprendizaje cooperativo y colaborativo son esenciales para formar a los alumnos en este tipo de valores.

Muchas veces se puede pensar que desde la materia de matemáticas no pueden surgir debates que promuevan los valores propios de ciudadanos democráticos, tal y como pueden darse en muchas otras materias como literatura, historia o filosofía. Sin embargo, las matemáticas son una piedra angular de nuestra civilización y, como tal, influye de forma inexorable en nuestra forma de ver el mundo, ayudando a crear debates que afectan a la sociedad a todos los niveles. El pensamiento científico técnico cada vez es más relevante en una sociedad digital y tecnológica. Por ejemplo, competencias específicas de matemáticas, como tener en cuenta las implicaciones de algoritmos, el análisis y la gestión de datos, son cada vez más relevantes a la hora de ayudar a los ciudadanos a ser críticos con la sociedad y el entorno que les rodea. Siguiendo estas directrices, se promueve que las programaciones didácticas incluyan y desarrollen proyectos y situaciones de aprendizaje que aborden temas de carácter social.

Las Metodologías Activas

En el desarrollo y programación de cada unidad, se pretende emplear metodologías activas innovadoras, a la vez que se mejoran y adaptan las metodologías más comunes y tradicionales. A continuación, se detallan algunas de las metodologías empleadas en la presente programación didáctica:

- Clase invertida (Baker, 2000; Bergmann & Sams, 2012). En este tipo de dinámicas, los alumnos deben aproximarse al tema tratado de manera más autónoma. El docente debe proveer al alumnado documentación introductoria de la materia, así como, facilitar el acceso a fuentes de información. Este acercamiento previo de los alumnos a los conceptos tratados en la unidad

permite establecer un punto de partida sobre el que construir nuevo conocimiento. El docente puede asistir al alumnado resolviendo dudas y ayudándolo a sortear las dificultades del proceso de aprendizaje en un ambiente colaborativo y de debate.

- Aprendizaje Basado en Juegos (ABJ). Este tipo de metodologías pretende acercar al alumnado al contenido de la unidad mediante algún tipo de dinámica fundamentada en un juego. Una de las ventajas de emplear este tipo de sistemas en el aula es el incremento de la motivación del alumnado. Además, en general, este tipo de experiencias permiten al alumnado desarrollar competencias de carácter transversal.
- Aprendizaje cooperativo. Una de las formas de aprender que más pueden estimular al alumnado es el aprendizaje cooperativo. Este tipo de metodologías se basan en el empleo de las habilidades sociales, la comunicación y el lenguaje como guía en el proceso de aprendizaje.
- Aprendizaje colaborativo. Este tipo de metodologías suelen estar fundamentadas en el desarrollo de un proyecto común en el que los alumnos deben coordinarse para cumplir con los objetivos del mismo.
- Aprendizaje Basado en Proyectos (ABProyectos). La realización de un proyecto de investigación es otra de las metodologías que fomentan la autonomía, así como la colaboración y cooperación entre los alumnos. Es un formato ideal para desarrollar una situación de aprendizaje que permita tratar las competencias de la unidad empleando un marco motivador.
- Aprendizaje Basado en Problemas (ABProblemas). El alumnado debe resolver un problema planteado por el profesor intentando establecer diferentes estrategias para abordarlo. La iniciativa del alumnado es una pieza clave de esta metodología, ya que se pretende fomentar la autonomía a la vez que los alumnos se involucran en el proceso de aprendizaje.
- Clase magistral participativa. Una dinámica tipo clase magistral tiene la ventaja que permite al docente establecer los saberes básicos de una manera estructurada y ordenada. Sin embargo, para que esta dinámica pueda desarrollar todo su potencial, es preciso que exista una

interacción activa entre el profesor y los alumnos. El docente no debe descuidar la motivación y la atención del alumnado durante la clase, así como procurar utilizar los métodos de comunicación adecuados. Se pueden emplear medios audiovisuales, tizas de colores, recursos motivacionales, pequeños juegos o dinámicas destinadas a enriquecer la clase magistral.

Unidad de Programación. Análisis Matemático

En esta sección, vamos a desarrollar una unidad de programación enfocada el primer curso de Bachillerato sobre análisis matemático. Se estudiarán las funciones trabajando sus diferentes propiedades, características más importantes y su representación gráfica. El objetivo de esta unidad es que el alumnado se familiarice con los conceptos esenciales del análisis matemáticos y de las funciones con el objetivo que sean capaces de utilizar las diferentes técnicas como una herramienta matemática aplicable a diversas situaciones.

Objetivos

Con la idea de diseñar una unidad de programación centrada en las competencias del alumnado, se establecen los objetivos de misma concretando las competencias específicas, que aparecen reflejadas en la normativa, dentro del contexto matemático que nos ocupa. De esta forma, se proponen los siguientes objetivos para la unidad:

- Conocer el significado matemático de límite de una función en un punto y en el infinito.
- Identificar y resolver las indeterminaciones que aparecen en el cálculo de límites.
- Desarrollar la intuición matemática a la hora de calcular límites.
- Aplicar el concepto de límite para resolver problemas
- Saber relacionar el concepto de límite con la continuidad de funciones y asíntotas.
- Situar el concepto de limite dentro del desarrollo matemático.

- Entender el concepto de límite a través de la representación gráfica de funciones.
- Emplear el lenguaje matemático para representar los diferentes tipos de límites.
- Cooperar y colaborar con los compañeros durante los trabajos en grupo.

Saberes Básicos

Los saberes básicos que se tratan en esta unidad se basan en D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1 y B2.2. Desarrollando más en profundidad los saberes básicos reflejados en la normativa, se pueden categorizar los siguiente contenidos para esta unidad.

- Dominio y recorrido de un función.
- Límites de una función en un punto.
- Límites laterales.
- Límites en el infinito.
- Continuidad.
- Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

Metodologías

A continuación, se enumeran las diferentes metodologías empleadas sin entrar en su descripción detallada. Todas estas metodologías han sido definidas previamente en la programación didáctica de la asignatura. Por otro lado, su aplicación específica a cada una de las actividades y dinámicas propuestas es descrita en detalle en el apartado de metodología de cada una de ellas.

- Clase invertida.

- Aprendizaje Basado en Problemas.
- Aprendizaje Basado en Proyectos.
- Aprendizaje Basado en Juegos.
- Aprendizaje cooperativo.
- Aprendizaje colaborativo.
- Clase magistral participativa con herramientas TIC.

Atención a la Diversidad

Durante la presente unidad de programación, se tendría en cuenta el Diseño Universal del Aprendizaje (DUA) a la hora de diseñar las diferentes actividades y dinámicas que la componen. En particular, se sugieren las diferentes líneas de actuación:

- Los materiales de trabajo facilitados, así como las exposiciones del profesor, vendrán dados en diferentes formatos. Se emplearán recursos multimedia como el vídeo, audio e imágenes, además del tradiciones texto escrito.
- Se emplearán diferentes representaciones matemáticas de los conceptos trabajados. Mas concretamente, mientras que algunas de las funciones vendrán dadas por su expresión analítica, otras serán descritas por su representación gráfica.
- Los niveles de dificultad de los problemas, las actividades y las dinámicas desarrolladas comprenderían un rango suficientemente amplio para que todo el alumnado pueda involucrarse en el proceso de aprendizaje.
- Las herramientas TIC que se empleen durante las sesiones de la unidad deben ser accesibles a todo el alumnado. Todos los alumnos deben ser capaces de manejar de forma correcta y eficaz cada una de ellas. Además, se considerará la complejidad de las herramientas TIC utilizadas

con el objetivo de que los alumnos no se encuentran grandes grandes dificultades durante las diferentes actividades y dinámicas.

Herramientas TIC

Durante las sesiones de la presente unidad de programación se emplean diferentes herramientas TIC. A continuación, se indican las herramientas TIC que son empleadas durante la unidad de forma más concreta y específica. La descripción detallada de cada una de ellas, así como una lista más completa, se puede encontrar en la programación didáctica presentada anteriormente.

- Plataforma educativa del centro: Google classroom.
- Aplicaciones de cuestionarios: Socrative.
- Aplicación de representación de funciones: Geogebra.
- Calculadora científica.
- Recursos didácticos en la web: Youtube, blogs, podcast, etc.
- Dispositivos electrónico personales: Crome Book.
- Acceso a internet.
- Proyector y pantalla.
- Aplicación de mapas: Google maps.
- Programa editor de imágenes: Photoshop.
- Editor de textos: Microsoft Word.

Programación de las Sesiones

En este apartado, se presenta el organigrama de la diferentes sesiones en las que está dividida la unidad de programación. Se presentan tablas reflejando una descripción de la sesión y las metodologías empleadas. Se establecerán los saberes básicos que se emplearán en la sesión juntos con las competencias específicas y los criterios de evaluación que son tratados en la misma. Por otra parte, se indicarán las medidas de atención a la diversidad que deben ser tenidas en cuenta a la hora de realizar cada dinámica. Finalmente, se indica una lista con los recursos necesarios para llevar a cabo la sesión.

La siguiente tabla muestra un esquema básico de la unidad de programación:

Tabla 2

Sesiones de la unidad didáctica.

Sesión	Saberes básicos	Metodología	Evaluación	Actividades
1	Conceptos generales de funciones.	Cuestionario multimedia empleando herramientas TIC. Introducción a la clase invertida.	Evaluación inicial o diagnóstica.	Actividad 1. Clase invertida.
2	Concepto de límite de una en análisis matemático.	Clase invertida.		
3	Límite de una función en un punto. Resolución de indeterminaciones.	Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje cooperativo.		Actividad 2. Aprendizaje Basado en Problemas.
4		Clase magistral participativa con herramientas TIC.	Evaluación formativa.	
5	Límites laterales y continuidad.	Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje cooperativo.		Actividad 2. Aprendizaje Basado en Problemas.

6	Límites en el infinito y asíntotas.	Clase magistral participativa con herramientas TIC	Evaluación formativa.	
7	Límites de funciones en un punto, laterales, en el infinito, continuidad y asíntotas.	Aprendizaje Basado en juegos		Actividad 3. ¿Qué función?
8	Los fractales como acercamiento al concepto de límite.	Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), aprendizaje colaborativo		Actividad 4. Fractales
9				
10	Sesión de repaso.	Aprendizaje cooperativo.		
11	Todos los correspondientes a la unidad.	Prueba escrita.	Evaluación sumativa o final.	
12		Coevaluación y autoevaluación.		

A continuación, en las siguientes tablas, se muestra una información detallada de cada sesión. Se muestran todos los aspectos educativos relevantes como saberes básico, competencias específicas, criterios de evaluación y metodologías. Además, se presentan una serie de indicaciones para llevar a cabo la sesión, los recursos materiales necesarios y la medidas de atención a la diversidad a considerar durante el desarrollo de las mismas.

Tabla 3

Sesión 1. Evaluación inicial y clase invertida.

Sesión	1
Descripción	

En esta sesión, se desarrollará la actividad de evaluación inicial o diagnóstica tal y como se detalla en el apartado de evaluación de la programación didáctica. Esta actividad consistirá en un cuestionario en el que se planteen temas relacionados con la unidad de programación que nos ocupa.

En la última parte de la clase, se puede introducir al alumnado la dinámica de clase invertida programada en la siguiente sesión, facilitando el material, recursos necesarios y dando una pequeña introducción.

Metodología

Evaluación inicial o diagnóstica, clase invertida.

Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Conceptos básicos sobre funciones y límites.	2, 3, 4, 5, 7, 8	2.1, 2.2, 3.1, 4.1, 5.1, 5.2, 7.1, 7.2, 8.1, 8.2
D1.1, D4.2, D4.3, B2.2		

Atención a la diversidad

El diseño del cuestionario, tanto en su enunciado como en su evaluación, tendrán en cuenta las diferentes forma de aprender, comunicarse y de representar los conceptos matemáticos que puede tener el alumnado. Se intentará que las preguntas del cuestionario tengan diferentes formatos y cada cuestión sea abordada desde diversos puntos de vista.

Recursos

- Dispositivos electrónicos personales con acceso a internet.

Tabla 4

Sesión 2. Clase invertida.

Sesión	2
Descripción	

Introducción de los conceptos básicos sobre funciones. Se pretende que, en esta sesión, los alumnos recuperen los conocimientos respecto a esta materia propios del nivel educativo anterior, los cuales serán la base para construir el nuevo conocimiento sobre la materia. Además, esta sesión servirá para situar en contexto la temática de la unidad de programación. Debido al carácter de repaso de esta sesión, se propone emplear la metodología de clase invertida. De esto modo, se proveerá al alumnado de material sobre funciones que tendrán que analizar y trabajar por su cuenta (vídeos, esquemas, apuntes, etc.). Al finalizar la sesión, el docente estructurará los temas tratados en una visión de conjunto coherente.

Metodología

Clase invertida.

Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Representación gráfica, domino y recorrido, concepto de límite y asíntotas.	1, 3, 4, 5, 6, 7	1.2, 3.2, 4.1, 5.1, 5.2, 6.1, 6.2, 7.2
D1.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		

Atención a la diversidad

Los recursos facilitados para la clase invertida tendrán diferentes formatos: texto, imágenes, vídeo y audio. En cuanto a los temas tratados, los recursos abarcarán diferentes niveles de complejidad, permitiendo que cada alumno pueda comenzar desde cero y profundizar en el tema tanto como sea capaz.

Recursos

- Dispositivos electrónicos personales con acceso a internet.
- Papel, lápiz y bolígrafo.
- Pizarra y tiza.

Tabla 5

Sesión 3. Aprendizaje Basado en Problemas.

Sesión	3
Descripción	

En esta sesión, se pretende que el alumnado empiece a acercarse al análisis matemático y al concepto de límite desde una perspectiva más formal. Se trabajarán las propiedades de las funciones a partir de sus expresiones analíticas. En particular, se establecerán procedimientos para calcular el dominio y asíntotas, así como el estudio de la continuidad. Los alumnos ya deberían estar familiarizados con parte de estos conceptos debido a las sesiones anteriores. Se pretende que esta sesión sirva como repaso, recordatorio y profundización en las propiedades de las funciones estudiadas. Se introducirán algunas indeterminaciones, dando una serie de reglas para calcularlas a través del trabajo grupal, empleando la colaboración entre compañeros y el Aprendizaje Basado en Problemas.

Metodología

Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje cooperativo

Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Límite de una función en un punto.	1, 3, 4, 7, 8, 9	1.2, 3.1, 3.2, 4.1, 7.1, 7.2, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3
D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		

Atención a la diversidad

Todas las explicaciones y documentación que se facilite atenderán a los principios DUA. Los agrupamientos a la hora de realizar la actividad se formarán teniendo en cuenta las necesidades específicas de los alumnos, estableciendo grupos heterogéneos en la medida de lo posible.

Recursos

- Dispositivos electrónicos personales con acceso a internet.
- Papel, lápiz y bolígrafo.
- Pizarra y tiza.
- Ordenador, pantalla y proyector.

Tabla 6

Sesión 4. Clase magistral participativa.

Sesión	4
--------	---

Descripción		
<p>Se profundizará en los temas tratados en la sesión anterior con el objetivo de desarrollar las competencias propias del presente curso académico. Se intentará desarrollar la intuición gráfica de los conceptos matemáticos trabajados. La dinámica de la clase transcurrirá entre las explicaciones del profesor y la acción de los alumnos implementado ejemplos de funciones en una programa gráfico y analizando sus propiedades.</p> <p>En la última parte de la sesión, se planteará una pequeña actividad individual que sirva para la evaluación formativa del alumnado. La prueba puede consistir en el análisis de un par de funciones a partir de su expresión matemática o su representación gráfica. La duración planificada de la prueba será entre 10 y 15 minutos.</p>		
Metodología		
Clase magistral participativa con herramientas TIC, evaluación formativa.		
Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Límite de una función en un punto.	3, 5, 7	3.1, 3.2, 5.1, 5.2, 7.1, 7.2
D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		
Atención a la diversidad		
<p>Uno de los principios que guiarán esta sesión será el Diseño Universal del Aprendizaje (DUA), de manera que los alumnos se puedan aproximar a las nociones matemáticas sobre funciones y límites desde diferentes puntos de vista. Por otro lado, La prueba de evaluación formativa será accesible a todo el alumnado, tanto en su formato como en su evaluación.</p>		
Recursos		
<ul style="list-style-type: none"> • Dispositivos electrónicos personales con acceso a internet. • Papel, lápiz y bolígrafo. • Pizarra y tiza. • Ordenador, pantalla y proyector. 		

Tabla 7*Sesión 5. Aprendizaje Basado en Problemas.*

Sesión	5	
Descripción		
<p>Al inicio de la clase, se presentarán los resultados de la evaluación formativa realizada en la sesión anterior. Se atenderán a las dificultades y se corregirán los errores de los alumnos de forma individual o colectiva. Sin perjuicio de que pueda ser resulta en clase, se subirá la prueba corregida a la plataforma educativa del centro.</p> <p>Durante el resto de la sesión, se pretende avanzar en el temario propio del nivel académico que nos ocupa e introducir los límites laterales de funciones. El primer paso consistirá en que el alumnado adquiera la intuición gráfica de límite lateral. Se establecerán los ejemplos tipo de límites de funciones, diferenciando los límites laterales y estableciendo la existencia del límite.</p>		
Metodología		
Aprendizaje Basado en Problemas, aprendizaje cooperativo, evaluación formativa.		
Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Límite laterales de una función y continuidad.	3, 4, 5, 6	3.1, 4.1, 5.1, 5.2, 6.1
D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		
Atención a la diversidad		
<p>La introducción de los conceptos matemáticos se hará respetando las diferentes maneras de aprender del alumnado, empleando métodos visuales como apoyo a los conceptos más complicados. Por otro lado, los agrupamientos de alumnos se realizarán de forma heterogénea, prestando atención a la localización de los alumnos que lo necesiten. Cuando se presenten los resultados de la evaluación formativa de la sesión anterior, se atenderá de forma especial a los alumnos que muestren algún tipo de dificultad en el aprendizaje.</p>		
Recursos		

- Dispositivos electrónicos personales con acceso a internet.
- Papel, lápiz y bolígrafo.
- Pizarra y tiza.
- Ordenador, pantalla y proyector.

Tabla 8

Sesión 6. Clase magistral participativa.

Sesión	6	
Descripción		
<p>Se considera que en este punto de la programación los alumnos ya han desarrollado una intuición básica sobre límites de funciones. A partir de ahora se pretende que el alumnado se aproxime a los límites cuando la variable tiende a infinito. Se establecerán los procedimientos necesarios para el cálculo de dichos límites, considerando las posibles indeterminaciones que puedan surgir. Además se trabajará los conceptos de asíntotas de funciones.</p> <p>Al final de la clase se presentará una pequeña prueba de entre 10 y 15 minutos de duración con el objetivo de realizar una evaluación formativa. Los resultados serán publicados en la plataforma educativa del centro con el objetivo de que los alumnos puedan ver los aspectos fuertes de su aprendizaje, así como sus necesidades de mejora.</p>		
Metodología		
Clase magistral participativa con herramientas TIC, evaluación formativa.		
Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Límites en el infinito y asíntotas.	1, 3, 5, 7	1.1, 1.2, 3.1, 3.2, 5.1, 5.2, 7.1
D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		
Atención a la diversidad		
Se considerarán diferentes aproximaciones a un mismo concepto matemático. De esta manera, el alumnado podrá adaptarse al que mejor se identifique con su forma de aprender.		

Recursos
<ul style="list-style-type: none"> • Dispositivo electrónico personal con acceso a internet. • Papel, lápiz y bolígrafo. • Pizarra y tiza. • Ordenador, pantalla y proyector.

Tabla 9

Sesión 7. Aprendizaje Basado en Juegos.

Sesión	7	
Descripción	<p>Al principio de la sesión, se presentará a los alumnos los resultados de la evaluación formativa. Se resolverán las dudas que han surgido durante la prueba de forma individual y colectiva. Se recomienda que se resuelvan las actividades planteadas, si se considera oportuno, subiendo además dichas soluciones a la plataforma educativa del centro.</p> <p>Una vez que los alumnos ya tienen una base suficiente para desarrollar los conceptos del bloque de análisis, se programa una actividad fundamentada en el Aprendizaje Basado en Juegos. Se pretende reforzar la motivación del alumnado a la vez que se pretende repasar los conceptos introducidos hasta ahora afianzando el conocimiento del alumnado.</p>	
Metodología	Aprendizaje Basado en Juegos, evaluación formativa.	
Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Propiedades de las funciones, límites en un punto y laterales.	3, 5, 7, 8, 9	3.1, 5.1, 7.1, 7.2, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3
D1.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		
Atención a la diversidad	El diseño del juego presentado en esta sesión respetará la diversidad del alumnado. Por otro lado, a la hora de corregir la prueba, se atenderá a los alumnos con mayores dificultades.	
Recursos		

- Papel, lápiz y bolígrafo.
- Pizarra y tiza.
- Ordenador, pantalla y proyector.

Tabla 10

Sesiones 8 y 9. Situación de aprendizaje: fractales.

Sesión	8-9	
Descripción		
<p>Durante las siguientes dos sesiones se llevará a cabo una situación de aprendizaje basada en las competencias propias de la unidad. La situación de aprendizaje consistirá en el cálculo de la dimensión fractal de un determinado modelo autosimilar. A la hora de realizar el cálculo, es necesario emplear competencias relacionadas con el análisis de funciones y el cálculo de límites.</p> <p>La primera sesión está destinada a realizar una introducción sobre la situación de aprendizaje. Se pretende motivar la experiencia e introducir los elementos básicos necesarios que permitan llevar a cabo la actividad. Por otro lado, en la segunda sesión, se pretende finalizar los cálculos y establecer las conclusiones de la experiencia. Los alumnos deberán entregar una informe del proyecto que será incluido en la evaluación.</p>		
Metodología		
Aprendizaje Basado en Proyectos (ABProyectos), aprendizaje colaborativo.		
Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Fractales como acercamiento al concepto de límite.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.1, 3.2, 4.1, 5.1, 5.2, 6.1, 6.2, 7.1, 7.2, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3
D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2, C1.2, C2.1, C3.1		
Atención a la diversidad		
La material facilitado para realizar el proyecto contendrá tanto texto, imágenes y otros recursos multimedia, facilitando el acceso del alumnado a la información.		

Recursos
<ul style="list-style-type: none"> • Dispositivo electrónico personal con acceso a internet. • Papel, lápiz y bolígrafo. • Pizarra y tiza. • Ordenador, pantalla y proyector.

Tabla 11*Sesión 10. Repaso.*

Sesión	10	
Descripción	En esta sesión, los alumnos realizarán una dinámica cooperativa. Se establecerán pequeños grupos de alumnos para realizar actividades sobre límites. El docente se dedicará a resolver dudas de forma particular o grupal, así como observar el progreso del alumnado. Esta sesión esta enfocada a ser un repaso de todos los conceptos tratados en la unidad.	
Metodología	Aprendizaje cooperativo.	
Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Límites de funciones, continuidad y asíntotas.	1, 2, 4, 5, 7, 8, 9	1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 4.1, 5.2, 7.1, 8.1, 9.2, 9.3
D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		
Atención a la diversidad	A la hora atender al alumnado, el docente prestará una atención más profunda a los alumnos que muestran algún tipo de dificultad en el aprendizaje.	
Recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Dispositivo electrónico personal con acceso a internet. • Papel, lápiz y bolígrafo. • Pizarra y tiza. 	

Tabla 12

Sesiones 11 y 12. Evaluación sumativa y autoevaluación.

Sesión	11-12	
Descripción		
<p>En las últimas dos últimas sesiones de la unidad se realizará una prueba de evaluación de carácter sumativo junto con una posterior autoevaluación por parte del alumnado. Antes de comenzar la prueba, los alumnos podrán plantear las dudas que hayan podido tener durante el proceso de estudio. Posteriormente, se realizará la prueba de evaluación sumativa o final de la unidad. Se diseñará una prueba adecuada a las competencias tratadas durante de desarrollo de la unidad de programación, empleando los saberes básicos trabajados.</p> <p>Por otro lado, en la última sesión, será destinada a la corrección de la prueba de evaluación y a la resolución de dudas por parte de los alumnos. En los casos en los que el docente lo considere oportuno, puede atender de forma individualizada a ciertos alumnos. Se pretende que los alumnos sean conscientes de los aspectos del aprendizaje que deben mejorar. A la hora de resolver la actividades planteadas, los alumnos pueden realizar un proceso de autoevaluación que les permitan ser críticos con su trabajo.</p>		
Metodología		
Evaluación sumativa o final, coevaluación y autoevaluación.		
Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
Límites de funciones, continuidad y asíntotas.	1, 2, 5, 7, 8, 9	1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 5.1, 7.1, 7.2, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2
D1.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		
Atención a la diversidad		
<p>Se tendrá en cuenta al alumnado con necesidades educativas especiales a la hora de diseñar la prueba, pudiéndose introducir variaciones en el instrumento de evaluación cuando se considere oportuno. Por otro lado, a la hora de presentar a los alumnos los resultados de la prueba, se tendrán en cuenta de forma especial a los alumnos con algún tipo de necesidad educativa.</p>		
Recursos		

- Papel, lápiz y bolígrafo.
- Pizarra y tiza.

Actividades

Tabla 13

Actividades.

Actividad	Nombre	Número de sesiones	Saberes básicos	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
1	Clase invertida	2	D1.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2	1.2, 3.2, 4.1, 5.1, 5.2, 6.1, 6.2, 7.2	Lista de cotejo.
1	Aprendizaje Basado en Problemas	2	D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2	3.1, 4.1, 5.1, 5.2, 6.1	Rúbrica.
3	¿Qué función?	1	D1.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2	3.1, 5.1, 7.1, 7.2, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3	Registro de observación.
4	Fractales	2	D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2, C1.2, C2.1, C3.1	1.1, 2.1, 3.2, 4.1, 5.2, 6.2, 7.2, 8.1, 9.3	Informe de la práctica, registro de observación y rúbrica.

Actividad 1. Clase invertida

En esta actividad se implementa la metodología de clase invertida con la intención de que los alumnos se acerque a los saberes básicos de forma autónoma, a la vez que se intenta fomentar su interés por el aprendizaje. En la presente unidad, este tipo de metodología se emplea al inicio con el objetivo de introducir el nuevo temario de forma más amena, dejando el rigor y el progreso a temas más complicados para sesiones posteriores.

El objetivo principal de esta actividad es que los alumnos adquieran la intuición necesaria para comprender el concepto de límite. Por lo tanto, se pretende que todo el material trabajado en la dinámica favorezca una visión intuitiva de límite de una función. Se fomentará la representación gráfica y el trabajo con ejemplos.

Objetivos.

- Introducir al alumnado al concepto de límite.
- Involucrar y motivar al alumnado en el proceso de aprendizaje
- Favorecer la autonomía del alumno.
- Desarrollar competencias relacionadas con el tratamiento de la información.

Descripción de la Actividad. Se precede realizar esta dinámica en una o dos sesiones. Mientras que en la primera parte, se facilita al alumnado material y recursos para que puedan acercarse a los conceptos matemáticos tratados, en la segunda se establece un diálogo entre los alumnos y el profesor de manera con dichos conceptos matemáticos sean estructurados y se resuelvan las dudas que puedan haber tenido durante el trabajo con dicho material.

Metodología. Previamente al inicio de la dinámica, el docente debe hacer un trabajo de documentación y de selección del material que pretende tratar en la clase invertida. Se recopilará documentación en diversos formatos, como texto, imágenes, vídeo y audio, con el objetivo de que los alumnos se puedan acercar al tema desde diferentes puntos de vista.

Durante la primera parte de la dinámica, el docente expondrá brevemente la temática del tema tratado y facilitará los recursos necesarios para llevar a cabo la clase invertida. Posteriormente, dará autonomía al alumnado para que pueda trabajar todo el material facilitado. Tal y como está estructurada esta metodología dentro de la unidad de programación, la primera parte de esta dinámica se puede combinar con una evaluación formativa del alumnado.

En la segunda sesión de la actividad, el profesor trabajará con los alumnos el material facilitado. Se resolverán dudas del alumnado con respecto a los temas trabajo desde una perspectiva de diálogo y debate. El objetivo principal de esta sesión es que los alumnos puedan estructurar el material trabajado de forma coherente, rellenando hueco lógicos en el razonamiento y adquiriendo una visión global de los conceptos tratados.

Atención a la Diversidad. La documentación facilitada a los alumnos vendrá dada en diversos formatos, como texto, imágenes, vídeo y audio, para favorecer las diferentes formas de aprendizaje, que presenta el alumnado. Además, la documentación estará graduada en su dificultad y profundidad con el objetivos que todos los alumnos puedan emplearla independientemente de su desempeño académico.

Recursos y Materiales. A continuación, se muestran los materiales necesarios para llevar a cabo esta actividad:

- Documentación sobre el tema tratado en diferentes formatos.
- Dispositivos electrónicos personales con acceso a internet.
- Papel, lápiz y bolígrafo.
- Pizarra y tiza.
- Ordenador, proyector y pantalla.

Actividad 2. Aprendizaje Basado en Problemas

En la presente actividad, se pretende que el alumnado se acerque a los conceptos tratados a través del Aprendizaje Basado en Problemas (ABProblemas). Esta metodología consiste en plantear a los alumnos un problema o reto al que deben enfrentarse e intentar dar con una solución. De esta manera, se fomenta la autonomía del alumnado a la vez que se intenta que la experiencia del aprendizaje sean motivadora. Además, se trabajará el aprendizaje cooperativo a través de la formación de grupo de trabajo.

El objetivo didáctico de esta sesión es que el alumnado empiece a trabajar más profundamente en el concepto de límite. Se planteará la resolución de diversos problemas sobre límites o relacionados con ellos de forma que aparezcan alguna indeterminación. Se pretende que los alumnos analicen estos casos problemáticos y entiendan que pueden darse diversas soluciones. Además, se fomentará que los alumnos desarrollen algoritmos para solventar las indeterminaciones de forma autónoma.

Objetivos.

- Acercar al alumnado a las técnicas de cálculo de límites.
- Involucrar y motivar al alumnado en el proceso de aprendizaje.
- Fomentar la cooperación entre los alumnos.

Descripción de la Actividad. En esta actividad, se implementará la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas con la intención de que el alumnado se familiarice de una forma más profunda con el concepto de límite. Se intenta que la intuición de este concepto previamente estudiado cristalice en una comprensión más profunda a través de la práctica.

Dentro de la programación de la presente unidad, se pretende que esta actividad sea desarrollada durante dos sesiones independientes. En la primera sesión, se trabajará el concepto de límite de una función en un punto, mientras que más adelante se aplicará la presente metodología a los límites laterales y a la continuidad de funciones.

Metodología. Antes de comenzar la práctica, se formarán grupos de 3 o 4 alumnos con la intención de que se establezca una cooperación entre los alumnos mientras se desarrolla la práctica. A cada grupo se le presentará una serie de problemas basados en límites. Tales problemas presentarán diferentes niveles de dificultad y se pretenderá que algunos de ellos sean un reto para los alumnos.

Seguidamente, los alumnos analizarán los problemas con la mayor atención posible, intentando resolverlos e identificando las dificultades que presenta. Con la guía del docente, cada grupo de alumnos debería ser capaz de sortear las dificultades obtienen la solución correcta del ejercicio. Es importante que los alumnos identifiquen las estrategias de resolución que se han implicado en el proceso y sean capaces de generalizarlas en problemas posteriores.

Al final del la clase, el docente puede dedicar un tiempo para resolver algunos de los problemas, estableciendo una marco coherente de razonamiento que evidencie de forma clara el proceso de resolución.

Atención a la Diversidad. Los problemas que se pretenden resolver vendrán dados en texto con imágenes gráfica. Además, si el docente lo considera oportuno, se puede visualizar un vídeo introductorio al comienzo de la dinámica. Los problemas mostrados tendrán diferentes niveles de dificultad con el objetivo de que todos los alumnos puedan desarrollar la actividad.

Recursos y Materiales. Durante el desarrollo de la presente actividad, serán necesarias los siguientes recursos y materiales:

- Documentación sobre los problemas que el alumnado tiene que resolver.
- Dispositivos electrónicos personales con acceso a internet.
- Papel, lápiz y bolígrafo.
- Pizarra y tiza.
- Ordenador, proyector y pantalla.

Actividad 3. ¿Qué función?

En esta situación de aprendizaje se pretende desarrollar el conocimiento del alumnado sobre funciones y otros conceptos de análisis matemático. En particular, se trabajarán los concepto de límite. La presente actividad tiene el formato de un juego al que los alumnos pueden jugar a la vez que trabajan los saberes básicos objeto de esta unidad de programación, así como diversas competencias específicas.

Objetivos.

- Consolidar y repasar los temas tratados en la unidad.
- Incrementar la motivación del alumnado durante la experiencia.
- Fomentar la comunicación y cooperación entre los alumnos.

Descripción de la Actividad. La actividad el proponemos desarrollar consiste en la competición entre dos jugadores o equipos. Cada uno de ellos debe escoger una función de una lista establecida con anterioridad. Las funciones disponibles para ser escogidas deben pertenecer a la clase de funciones estudiadas en la unidad y pueden venir dadas por su representación gráfica o expresión analítica, siendo recomendable que se mezclen estos dos tipos de representación. Tales funciones deben presentar diferentes propiedades en cuanto a límites se refiere, con la intención de que se puedan distinguir durante el juego. Se aconseja que las funciones sean impresas en algún soporte, como cartas o tarjetas. Se puede variar la cantidad de funciones consideradas en el juego en función de la dificultad y temporalización de la actividad que se desee implementar. La función escogida debe permanecer oculta al equipo contrario.

Por otro lado, cada jugador o equipo debe adivinar la función que el contrario ha escogido. Para ello, se pueden hacer diferentes preguntas que tengan que con aspectos de las funciones tratados en la unidad. El tipo de preguntas que se pueden emplear debe estar restringido a cuestiones que involucren los diferentes tipos de límites de funciones que se quieren

trabajar en el actividad. También es posible hacer preguntas sobre las nociones matemáticas asociadas de continuidad y asíntotas. Con respecto al número de preguntas permitido, se puede establecer un número máximo de preguntas que se pueden realizar al equipo contrario o establecer un sistema de puntuación que penalice el empleo de un gran número de preguntas utilizadas antes de adivinar la función. El equipo que adivina debe seleccionar de la lista de funciones establecida la función que ha inferido a partir de la preguntas realizadas. Finalmente, se comparan la función escogida inicialmente con la inferida al final del juego para establecer si el equipo que adivina ha acertado la función oculta.

Metodología. Pueden existir diferentes modalidades que se pueden emplear a la hora de implementar la dinámica. El formato básico de la dinámica consiste en la competición entre dos jugadores o equipos. Proponemos las siguientes formas de desarrollar la actividad:

- El profesor escoge la función que permanece oculta a los alumnos, mientras que estos últimos intentan adivinarla mediante preguntas. Cada alumno debe contar con un ejemplar de la lista de funciones que se tratan en la dinámica, bien sean enumeradas en una hoja de papel o como un conjunto de cartas o tarjetas. Los alumnos hacen preguntas al profesor en un orden establecido que les sirvan como pistas para adivinar la función oculta. Todos los alumnos pueden emplear las preguntas realizadas por sus compañeros para adivinar la función ayudándose de la lista que tiene cada uno para descartar los que no se corresponden con la descripción. El profesor pueden ir registrando en la pizarra las respuestas a las preguntas de los alumnos para que todos ellos puedan emplearlas durante la dinámica. Cuando un alumno crea que ha determinado la función, el profesor compara la solución facilitada por el alumno con la función oculta seleccionada por el docente al inicio del juego. El número de aciertos o puntuación obtenida por cada alumno durante la actividad pueden ser contabilizados, desarrollando de esta manera una dinámica con elementos de gamificación.
- En la segunda modalidad del juego, los alumnos compiten entre ellos. Mientras que un alumno selecciona la función oculta, el segundo intenta adivinar la función que ha escogido el primero. A la hora de elegir la función, se puede emplear un método aleatorio o dejar a los propios alumnos que seleccionen la función que deseen. Existen dos maneras posibles de desarrollar la

actividad. Por un lado, la actividad se puede realizar de forma alterna de manera que, primeramente, un alumno elige una función y el otro intenta adivinarla y, posteriormente, se intercambian los papeles en la siguiente ronda. Por otro lado, es posible realizar la actividad de manera que los dos alumnos seleccionen funciones que permanecen ocultas al alumno contrario de forma simultánea. Los dos jugadores hacen preguntas al jugador contrario alternadamente y el primero que adivine la función oculta gana esa ronda. El número de aciertos o puntuación obtenida pueden ser contabilizados y comparados al finalizar la dinámica.

Atención de la Diversidad. Las tarjetas, cartas o cualquier otra representación de las funciones que se elija para desarrollar el juego debe contener diferentes representaciones de las mismas. En particular, se pueden indicar funciones tanto a través de su expresión analítica como su representación gráfica. Se pueden considerar diferentes conjuntos de funciones para realizar el juego que estén clasificados en función de su dificultad. Dependiendo del desempeño de los alumnos, se puede utilizar uno u otro conjunto.

Recursos y Materiales. En la presente dinámica se puede emplear los siguientes materiales:

- Lista de funciones presentadas en una hoja de papel, cartas o tarjetas.
- Papel, bolígrafo, lápiz y goma de borrar.
- Hoja de registro de la puntuaciones.
- Pizarra y tiza.

Actividad 4. Fractales

En esta situación de aprendizaje se introducirá la matemática de los fractales y sus aplicaciones. Se propondrá realizar un estudio y un cálculo de una sistema fractal como caso

práctico. Durante el proceso, los alumnos tendrán que aplicar su conocimiento sobre funciones y límites para alcanzar los objetivos previstos en esta dinámica.

Objetivos.

- Introducir los fractales a través de un proyecto en que se emplea la noción de límite de una función.
- Entender el concepto de dimensión fractal y su relación con los límites.
- Realizar el cálculo de la dimensión fractal de un perfil costero.
- Analizar los resultados obtenidos.

Descripción de la Actividad. En una primera fase de la situación de aprendizaje, se realizará una introducción genérica sobre fractales. Se propone el uso de material interactivo y audiovisual para motivar la actividad. Se puede introducir conceptos matemáticos como el conjunto de Cantor, el triángulo de Sierpinski y demás figuras de tipo fractal. Además, se propondrán ejemplos de fractales en la naturaleza, como los perfiles costeros o el sistema sanguíneo o nervioso del cuerpo humano. Por último, se introducirá el concepto de dimensión fractal y su importancia a la hora de estudiar sistema autosimilares.

A la hora de realizar la práctica, se propone que los alumnos sean divididos en grupos de cuatro o cinco personas. Siempre que se pueda, se intentará que los grupos sean lo más heterogéneos posibles. Cada grupo debe estudiar un perfil costero de alguna zona geográfica concreta. Mediante el uso de la técnicas adecuadas, los alumnos deberán estimar la dimensión fractal de la costa elegida. Se comparará el resultado obtenido con algún dato bibliográfico sobre el tema.

Metodología. Se propone realizar la actividad en dos sesiones. Sin embargo, es posible extender la situación de aprendizaje a tres o cuatro sesiones más, introducción más conceptos y potenciando la labor investigadora y autónoma del alumnado.

Durante la primera parte de la primera sesión, se visualizarán una selección de vídeos cortos en los que se hablen de los conjuntos fractales más básicos. Será un material introductorio con el objetivo de establecer las propiedades más elementales de los fractales. También se facilitará documentación sobre ejemplos de fractales en la naturaleza presentes en sistemas autosimilares.

En la segunda parte de la primera sesión, se introducirán las herramientas analíticas necesarias para estudiar los sistemas fractales. En particular, se dará una definición de dimensión fractal, intentando profundizar en la intuición geométrica que hay detrás de ella. Las definiciones más comunes de la dimensión fractal involucran la construcción de una función que determina el número de elementos básicos que forma el fractal en función de la escala. Una vez que se ha estimado esta función, la dimensión fractal se puede calcular como un límite.

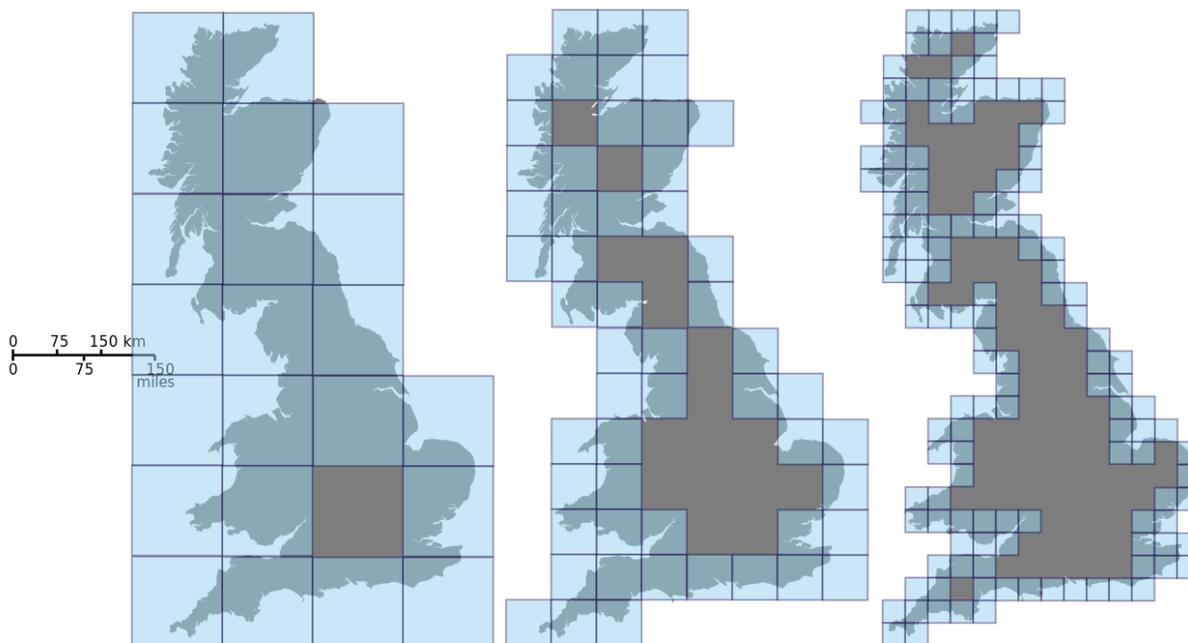
En la segunda sesión de la situación de aprendizaje, se pretende que los alumnos apliquen los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de la unidad a la práctica propuesta durante la primera sesión. Después de dividir la clase en grupos de cuatro o cinco alumnos, cada grupo debe elegir un perfil costero del cual van a calcular su dimensión fractal. Los alumnos pueden obtener las imágenes de cualquier aplicación de mapas geográficos disponibles en la web. Una vez que las imágenes sean guardadas en un formato de alta resolución, los alumnos deberán emplear un editor gráfico para analizar la imagen. La única herramienta necesaria es cualquiera que permita sobreponer una cuadrícula de tamaño variable sobre la imagen. Los alumnos deben estimar el número de elementos de la cuadrícula que se solapan sobre el perfil costero para diferentes tamaños de la cuadrícula. La dimensión fractal se calcula como el siguiente límite:

$$D = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln \epsilon},$$

donde $N(\epsilon)$ es el número de elementos de la cuadrícula que contiene partes del perfil costero es función del tamaño ϵ de la cuadrícula (ver Figura 4).

Figura 4

Estimación de la dimensión fractal de un perfil costero.



Nota. Wikipedia. (s.f) *Estimating de box-counting dimension of the coast of Great Britain.*
Creative Commons license Attribution ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0).

Los alumnos realizarán una tabla mostrando diferentes valores de la función $N(\epsilon)$ para diversos tamaños de la cuadrícula. Se representarán los datos en un gráfica con la intención de estimar la dimensión fractal de forma visual. Se analizará la convergencia y se dará una valor para la dimensión fractal. Finalmente, los datos obtenidos por todos los alumnos serán comparados, analizando las diferencias y comentando los resultados. Cada grupo deberá realizar un pequeño informe donde se muestre todo el proceso llevado a cabo durante la situación de aprendizaje. Dicho informe formará parte de la evaluación de la actividad.

Atención de la Diversidad. Las tareas que se pretenden llevar a cabo durante el proyecto serán expuestas de forma clara, ordenada y empleando diferente formas de representación. Por otro lado, las herramientas TIC que se utilicen serán sencillas de manejar y accesibles a todo el

alumnado. Finalmente, las actividades que deben realizar los alumnos para completar el proyecto mostrarán diferentes niveles de dificultad y accesibilidad.

Recursos y Materiales. A la hora de realizar la presente situación de aprendizaje se necesitan los siguientes recursos:

- Ordenador con acceso a internet, proyector y pantalla.
- Documentación recopilando toda la información sobre la situación de aprendizaje.
- Dispositivos electrónicos, preferiblemente ordenadores personales, para llevar a cabo la práctica.
- Aplicación web para obtener imágenes de perfiles costeros.
- Programa de edición de imágenes adecuada para realizar la práctica.
- Editor de textos para realizar el informe de la practica.

Evaluación

En esta sección se establecerán las características de los procedimientos de evaluación de la unidad didáctica. Se pretende realizar una evaluación inicial o diagnóstica, dos evaluaciones formativos y una última evaluación final o diagnóstica. Además, se evaluará la situación de aprendizaje programa en la unidad didáctica.

A continuación, se muestra una tabla con los tipos de evaluaciones programadas en esta unidad, juntos con los criterios e instrumentos de evaluación, así como los saberes básicos tratados en la unidad.

Tabla 14

Evaluación.

Evaluación	Tipo	Saberes básicos	Criterios de evaluación	Instrumentos de evaluación
1	Inicial o diagnóstica	Conceptos generales sobre funciones y límites.	2.1, 2.2, 3.1, 4.1, 5.1, 5.2, 7.1, 7.2,	Cuestionario interactivo y lista de cotejo
		D1.1, D4.2, D4.3, B2.2	8.1, 8.2	
2	Formativa	Límites de una función en un punto.	3.1, 3.2, 5.1, 5.2, 7.1, 7.2	Prueba escrita y registro de observación.
		D1.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		
3		Límites de funciones en un punto, laterales y en el infinito. Continuidad y asíntotas.	1.1, 1.2, 3.1, 3.2, 5.1, 5.2, 7.1	
		D1.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		
4	Situación de aprendizaje	Fractales como acercamiento al concepto de límite.	1.1, 2.1, 3.2, 4.1, 5.2, 6.2, 7.2, 8.1, 9.3	Informe de la práctica, registro de observación y rúbrica.
		D1.1, D4.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2, C1.2, C2.1, C3.1		
5	Final o sumativa, autoevaluación y coevaluación	Límites de funciones en un punto, laterales y en el infinito. Continuidad y asíntotas.	1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 5.1, 7.1, 7.2, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2	Prueba escrita.
		D1.1, D4.2, D4.3, B2.1, B2.2		

Evaluación 1. Cuestionario Interactivo Inicial

Al principio de la unidad, se pretende realizar una evaluación inicial o diagnóstica con el objetivo de conocer los conocimientos previos de los alumnos, los cuales deben servir como base para desarrollar el contenido de la unidad. El formato de la evaluación que se sugiere es la de un cuestionario interactivo. Este formato permite realizar una variedad de preguntas cortas de una forma amena.

Los temas tratados en este cuestionario consistirán en conceptos matemáticos relacionados con las funciones que puedan ser útiles a la hora de profundizar en la idea de límite. Se pretende evaluar las competencias del alumnado desde una perspectiva general y amplia que permita recopilar la mayor cantidad de información posible.

Evaluación 2 y 3. Evaluación Formativa.

Durante de proceso de enseñanza, es necesario conocer el estado de aprendizaje del alumnado con el objetivo de que, tanto el docente como los alumnos, puedan tomar las medidas necesarios para conseguir los objetivos de la unidad de forma satisfactoria. Los instrumentos de evaluación que se emplearán serán una combinación de prueba escrita y registro de observación. Por un lado, la prueba escrita permite obtener una información concreta del desempeño del alumnos, mientras que el registro de observación puede ser útil para contextualizar el proceso de aprendizaje de cada alumno desde un perspectiva más general.

El espacio de tiempo destinado exclusivamente a la evaluación formativa se localizará al inicio o al final de algunas sesiones de la unidad. Por una parte, este formato, permite avanzar en el temario de una manera constante sin provocar excesivos retrasos causado por procesos de evaluación. Por otro lado, posibilita realizar más de una dinámica de evaluación formativa durante la unidad y, por tanto, trazar mejor la evolución del proceso de aprendizaje de los alumnos.

En particular, en esta unidad, se sugiere realizar dos procesos de evaluación formativa, unos de ellos tratando los conceptos más básicos sobre límites y el segundo considerando

prácticamente la totalidad del cuerpo de la unidad en cuanto a contenidos se refiere. Ambos procesos de evaluación formativa, deberán contar con una espacio en una sesión posterior con el objetivo de que el alumnado conozca el resultado de su evaluación y se resuelvan las dudas que puedan mostrar, ya bien sea de forma individual o colectiva.

Evaluación 4. Informe de Situación de Aprendizaje

Durante la situación de aprendizaje relacionada con los fractales, los alumnos deben realizar un informe recopilando todo el desarrollo de la misma y las conclusiones alcanzadas al final de la actividad. Este informe debe contener todos los procesos matemáticos desarrollados durante la dinámica, expuesto de forma clara y ordenada. El instrumento de evaluación empleado para valorar los resultados obtenidos de la situación de aprendizaje será una rúbrica, en la cuál se detallan los aspectos esenciales que debe contener el informe final.

Evaluación 5. Evaluación Sumativa o Final

Una vez que se considere que todos los alumnos han tenido la oportunidad de desarrollar sus competencias con respecto a los saberes básicos tratados en esta unidad, se procederá a realizar una evaluación final. El formato escogido por su concreción es la de prueba escrita individual. Este tipo de instrumento de evaluación tiene la ventaja de que permite profundizar en todos los temas tratados de una manera amplia.

Durante una sesión posterior a la realización de la prueba, el docente compartirá con los alumnos los resultados de la misma. Las dudas que puedan tener los alumnos serán atendidas de forma individual o colectiva, pudiendo el profesor corregir la totalidad o parte de la prueba si lo considera oportuno. Además, se pretende que los alumnos hagan un ejercicio de autoevaluación con el fin de que puedan considerar las partes donde tienen dificultades de aprendizaje. En esta dinámica, también se fomentará la coevaluación por parte de los compañeros con el objetivo de que los alumnos reciban comentarios desde el punto de vista de sus iguales.

Instrumentos de Evaluación y Criterios de Calificación.

Los instrumentos de evaluación empleados en esta unidad, se encuentran recogidos en el Anexo II, clasificados en función del tipo de evaluación.

En esta sección, se establecen los criterios de calificación sujetos a unos determinados instrumentos de evaluación. En general, cada instrumento de evaluación es más apto para valorar ciertas competencias específicas. Por esa razón, es necesario emplear diversos instrumentos de evaluación en una unidad de programación.

En esta unidad, se emplearán los siguientes instrumentos de evaluación con el objetivo de calificar el desempeño del alumnado atendiendo a una porcentajes:

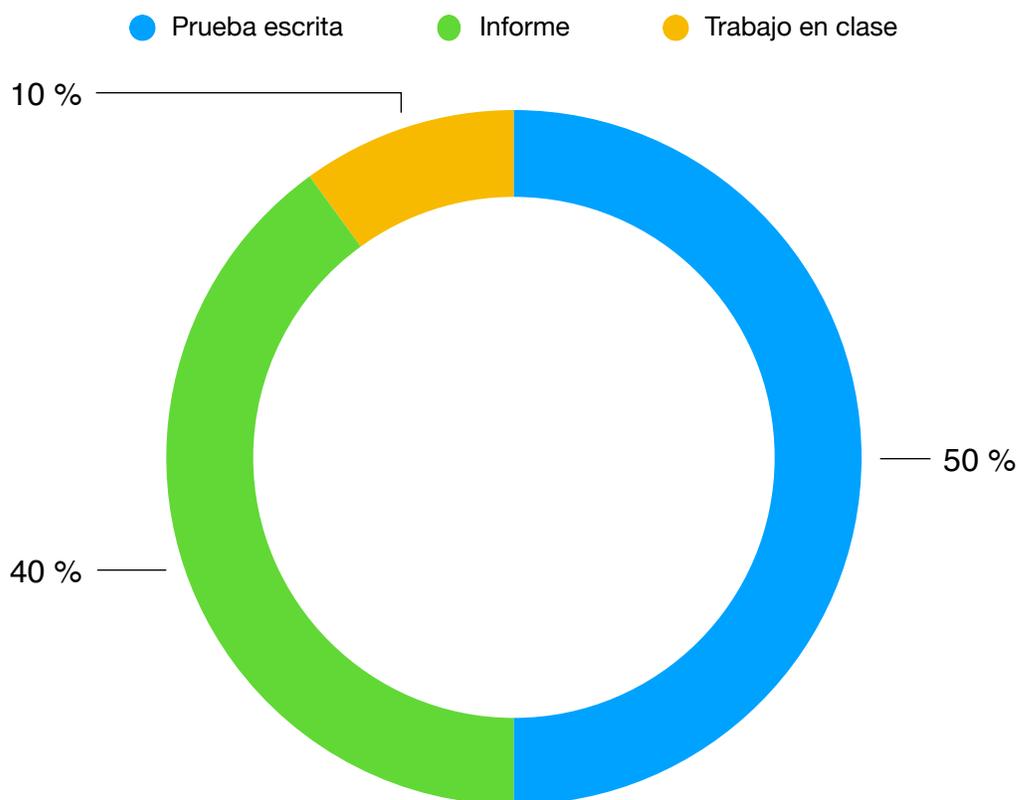
Tabla 15

Instrumentos de evaluación y criterios de calificación.

Evaluación	Instrumento	Competencias específicas	Criterio de calificación
Formativa	Prueba escrita y registro de observación	1, 3, 5, 7	10 %
Situación de aprendizaje	Informe, registro de observación y rúbrica	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	40 %
Final	Prueba escrita	1, 2, 5, 7, 8, 9	50 %

Figura 5

Criterios de calificación.



Proyecto de Investigación e Innovación

A continuación, se desarrollan los puntos básicos de un proyecto de innovación educativa enfocado en los alumnos de matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato.

Justificación de la Innovación Docente

El presente proyecto de innovación educativa se basa en el aprendizaje personalizado como la metodología clave para que los alumnos desarrollen las competencias requeridas en cada

etapa. Además, se propone el empleo de herramientas y tecnologías de la información para implementar dicha metodología de una forma eficiente.

Todos los alumnos aprenden de forma diferente y a diferentes ritmos. Es común que en un mismo grupo convivan alumnos con diferentes capacidades y formas de aprender, lo cual lleva a que exista una dispersión de las cualidades educativas y competencias adquiridas dentro de una misma clase. Mediante el aprendizaje personalizado se pretende que las necesidades educativas particulares de cada alumno sean cubiertas en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Una de las ventajas que tiene el empleo de una metodología basada en el aprendizaje personalizado es que permite adaptarse fácilmente al alumnado con necesidades educativas, ya bien sea debido a que el alumno requiere un refuerzo educativo o bien porque desarrolle altas capacidades.

Las metodologías basadas en el aprendizaje personalizado están claramente potenciadas por el uso de herramientas informáticas, ya que estas permiten la personalización de los contenidos y actividades que desarrolla cada alumno en cada momento, así como la realización de una evaluación personalizada. De esta manera, el trabajo del profesor es facilitado por no tener que prestar una atención simultánea a todo el alumnado y poder recopilar y analizar toda la información educativa del grupo con el objeto de realizar una evaluación formativa.

El presente proyecto de innovación pretende implementar el aprendizaje personalizado en el aula a través de tres líneas de actuación: desarrollo de nuevas metodologías, el empleo de nuevas estrategias de evaluación y la elaboración de recursos didácticos.

Se puede consultar la bibliografía al final del documento para obtener más información sobre el aprendizaje personalizado y su implementación en el aula.

Definición de los Objetivos Generales del Proyecto de Innovación

- Prestar atención a la diversidad dentro del aula.
- Facilitar el proceso de aprendizaje del alumnado.
- Estructurar los saberes básicos dentro de una red con múltiples conexiones.
- Evaluar de forma personalizada a cada alumno.

- Desarrollar competencias relacionadas con el empleo de las tecnologías de la información.

Programación del Plan de Trabajo

La implementación del aprendizaje personalizado en el aula requiere de un gran esfuerzo por parte del profesor a la hora de preparar las diferentes sesiones ya que se requiere la elaboración de diversos recursos, materiales y actividades que se adapten a todos los alumnos. Por ello, se propone que el aprendizaje personalizado sea implementado dentro de una unidad de programación o situación de aprendizaje.

Metodología

La parte esencial del proyecto consiste en la estructuración de los diferentes saberes básicos y competencias tratados en la unidad como un árbol conectado por el cual el alumno pueda transitar en función de sus necesidades. Cada nodo de este árbol representará un saber básico o competencia concreta que el alumno debe adquirir durante la unidad. Por otro lado, las conexiones dentro del árbol representarán las dependencias entre los diferentes saberes básicos y competencias. Se desarrollarán diferentes recursos materiales y actividades para los saberes básicos situados en cada nodo. El objetivo es que el alumno pueda transitar por este árbol deteniéndose en las parte que presenten mayor dificultad. Cuando el alumno haya adquirido el conocimiento y las destrezas necesarias para profundizar en el temario de la unidad, podrá moverse a un nodo adyacente en el que encontrará una nueva competencia que debe desarrollar. Cada alumno podrá ir explorando el contenido de cada unidad por diferentes senderos y a diferentes ritmos.

La implementación la metodología se realizará preferiblemente a través de una herramienta informática. El docente dispondrá los recursos asociados a cada nodo en algún tipo de plataforma. Preferiblemente, se intentará que sea una herramienta intuitiva y fácil de manejar con el objetivo que el alumno no se pierda durante el proceso.

Por otro lado, las actividades planteadas y la evaluación formativa se realizarán de forma personalizada para cada alumno. El objetivo es que los alumnos pueda trabajar con mayor profundidad aquellas áreas en las que muestran mayor dificultad. A este respecto, se pueden

utilizar herramientas informática que faciliten la tarea del docente. El profesor elaborará un repositorio de actividades detalladamente vinculadas a cada saber básico y competencia dentro del esquema de la unidad. Ya sea de manera automática a través de una aplicación o de forma manual por parte del profesor, cada alumno recibirá una serie de actividades y tareas seleccionadas convenientemente del repositorio con el objetivo de personalizar su aprendizaje. Estas actividades pueden formar parte de la evaluación formativa del alumnado.

Cronograma del Proyecto

A continuación, se describe el programa del proyecto de forma esquemática para que pueda ser adaptado a cada situación concreta del grupo de alumnos. Se presentan los diferentes tipos de sesiones que conforman la metodología. Durante el periodo destinado a la unidad, se pueden intercalar los diferentes tipos de sesiones según las necesidades específicas o sobrevenidas durante el desarrollo del proyecto.

Sesiones de Introducción General. A pesar de que la base metodológica del proyecto es el aprendizaje personalizado, es necesario que el alumnado tenga una visión global del contenido que se va a tratar en la unidad. Por ello es recomendable que el docente dedique una serie de sesiones para introducir y contextualizar el temario y para asentar las base de la unidad.

Sesiones de Aprendizaje Personalizado. Los alumnos deberán dedicar un tiempo a estudiar y trabajar con los recursos facilitados por el profesor. Aunque este proceso se realizará fundamentalmente de forma individual, se puede permitir que los alumnos compartan ciertas impresiones en grupo con el objetivo que se establezca un aprendizaje social. El profesor debe estar siempre atento y prestar atención a cada alumno guiándolo en el proceso de aprendizaje.

Sesiones para la Realización de Actividades y Evaluación Formativa Personalizada. Cada alumno recibirá una serie de actividades personalizadas en el que se traten las competencias desarrolladas por parte del alumno hasta ese momento. El objetivo es que el alumno dedique más tiempo a los contenidos de la unidad en los que muestra mayor dificultad. Parte de estas actividades se pueden emplear en la evaluación formativa del alumnado.

Sesiones de Docencia en Grupo. Con el objetivo de que los alumnos desarrollen todas las competencias de acuerdo con un criterio común, se dedicarán un determinado número de sesiones para trabajar el contenido con todo el grupo. Es esencial que el docente disponga de la información adecuada obtenida de las evaluaciones formativas para poder adecuar estas sesiones a las características del alumnado.

Recursos

La presente propuesta de implementación del aprendizaje personalizado en el aula está fundamentada en el empleo de tecnología de la información. Por lo tanto, los recursos necesarios para realizar el proyecto son los siguientes:

- Dispositivos electrónicos: ordenadores personales o tablets.
- Programas y aplicaciones especialmente diseñados para el aprendizaje personalizado.
- Plataforma educativa en la que disponer los recursos empleados durante las sesiones para que los alumnos tengan acceso al material empleado.
- Medios necesarios para el registro de las evaluaciones del alumnado (cuaderno del profesor, hoja de cálculo, etc.).
- Cuadernos, lápices y bolígrafos para que los alumnos puedan tomar notas.
- Pizarra y tizas para desarrollar las explicaciones necesarias en cada clase.

Evaluación

A lo largo del proyecto se realizarán una serie de actividades que conformarán la evaluación formativa del alumnado. Este tipo de evaluación es la base de la metodología empleada, ya que para desarrollar un aprendizaje personalizado es esencial conocer el estado del alumnado en cada momento. Se realizarán diferentes actividades que puede tener diferentes formatos: preguntas tipo test, pruebas escritas, realización de un pequeño proyecto o trabajo, etc.

Por otro lado, se realizará una evaluación sumativa al finalizar la unidad. Dicha prueba debe ser común para todos los alumnos. A pesar de que la metodología que guía el proceso de aprendizaje se basa en la personalización según las características de cada alumno, se debe evaluar a los alumnos de acuerdo a unos criterios comunes. Al final todos los alumnos deben adquirir las competencias mínimas propias de la unidad de programación tratada en el proyecto. Esta prueba común a todos los alumnos se diseñará sin perjuicio de las adaptaciones educativas aplicables a los alumnos con necesidades educativas particulares.

Cuestionario de Evaluación del Grado de Consecución de los Objetivos

Toda actividad de innovación docente debe ser evaluada para comprobar si se han alcanzado los objetivos planteados al inicio de la misma. A este respecto, se proponen los diferentes tipos de evaluación de los objetivos del proyecto.

Atención a la Diversidad

Se evaluará si los alumnos con necesidades educativas especiales han alcanzado las competencias con mayor facilidad con respecto a otro tipo de metodologías más tradicionales. A este respecto se pueden comparar las evaluaciones del alumnado con necesidades educativas especiales en las unidades de programación en la que se ha implementado el aprendizaje personalizado y en las que se empleó una metodología tradicional. Se prestará atención a si se han alcanzado las competencias propias de cada unidad con mayor facilidad.

Proceso de Aprendizaje del Alumnado

Se evaluará el proceso de aprendizaje de los alumnos teniendo en cuenta aspectos como la motivación y la autonomía observados durante las sesiones destinadas al proyecto de innovación docente.

Integración de las Tecnologías de la Información

Debido a que uno de los objetivos del proyecto es la implementación de las nuevas tecnologías para personalizar el aprendizaje, es necesario evaluar si los alumnos se han adaptado correctamente al uso de las diferentes herramientas, programas y aplicaciones.

Cuestionario Sobre el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje

Los alumnos son los principales destinatarios del proceso de enseñanza, por lo que es esencial que los alumnos muestren su opinión y evalúen el proyecto. Este tipo de evaluación puede ser llevada a cabo mediante un cuestionario o una debate abierto al final de la unidad.

Conclusiones

En la educación actual, es cada vez más necesario innovar, abriéndose a nuevas metodologías o modificando las más tradicionales. El proceso de aprendizaje debe estar centrado en el alumnado, lo cual es un reto para el profesorado a la hora de diseñar los programaciones didácticas. En este trabajo, se ha realizado un análisis en un escenario educativo concreto. En particular, se ha considerado la materia de matemáticas en el curso de 1º de Bachillerato en un privado. Como fruto de una análisis crítico de la programación actualmente en vigor en el centro, se ha creado una propuesta de mejora de todos los aspectos didácticos de esta materia. Se ha modificado la estructura de la asignatura en cuanto a contenidos con el objetivo de que el alumnado obtenga una visión en conjunto de la materia y pueda relación los diferentes aspectos de las matemáticas de forma coherente. Por otro lado, se ha introducido una nueva unidad didáctica de carácter más práctico y relacionada con las tendencias actuales de la sociedad. Esta unidad tiene como tema central el análisis de datos, por lo que se trata de un escenario adecuado para tratar aspectos relacionados con la probabilidad y estadística, así como otros conceptos matemáticos desarrollados durante el curso. El formato de esta unidad es ideal para desarrollar una situación de aprendizaje o proyecto en el que aparezcan temas relacionados con la sociedad y aspectos científico-técnicos. La creación de esta nueva unidad didáctica viene a tratar tres aspectos fundamentales que suelen estar carentes en las programaciones didácticas. Por un lado, se presta más atención a los saberes básicos de probabilidad y estadística, ya que este área de las matemáticas es fundamental para el análisis de datos, una disciplina que cada vez es más

importante en los nuevos tiempos. Además, por otro lado, se crea una situación de aprendizaje transversal que puede involucrar una gran variedad de conceptos matemáticos y su relación con escenarios prácticos. De esta manera, se favorece una visión conjunta coherente de las matemáticas, a la vez que se conectan las matemáticas con situaciones de la vida cotidiana y de la ciencia y tecnología.

Por otro lado, se ha intentado innovar en cuanto a nuevas metodologías educativas se refiere. Las diferentes metodologías permiten el acercamiento al proceso de enseñanza-aprendizaje desde diferentes puntos de vista, siendo el docente el encargado de escoger la más adecuada en función del escenario educativo o problema de aprendizaje que quiera resolver. Las programaciones didácticas deben ser suficientemente flexibles para adaptarse al alumnado en cada momento, así como estar bien estructuradas y protocolizadas con el fin de facilitar la labor docente sin dejar ningún posible escenarios a la improvisación.

El desarrollo de nuevas metodologías educativas implica de forma irremediable considerar diferentes forma de evaluar a la vez que la necesidad de emplear nuevos recursos educativos. Por lo tanto, se han considerado nuevos sistemas de evaluación, en cuanto a su función, agente evaluador e instrumentos de evaluación empleados, en la propuesta de mejora de la programación didáctica. Además, las nuevas metodologías suelen ir acompañadas del empleo de recursos educativos diferentes, por lo que se ha incorporado diferente herramientas TIC en la programación didáctica.

Una vez que se ha realizado un análisis del contexto educativo que nos ocupa en cuanto a tipo de alumnado y centro, marco legislativo y se ha diseñado una propuesta de mejora una programación didáctica, se pretende desarrollar una unidad de programación en concreto empleando todos los criterios previamente establecidos. La unidad seleccionada a este efecto es la parte del bloque de análisis matemático relacionada con límites de funciones, así como con los conceptos de continuidad y asíntotas. Durante el desarrollo de esta unidad, se han empleado algunas de la metodologías, técnicas de evaluación y herramientas TIC previstas en la programación didáctica anterior.

Unos de los objetivos de la unidad considerada, es que el alumnado pueda acercarse al concepto de límite desde una perspectiva intuitiva y motivadora e ir progresando en profundidad en cuando avanza la asignatura. Para tal fin, se han implementado las metodologías de clase invertida, Aprendizaje Basado en Problemas y Aprendizaje Basado en Proyectos con el objetivo de que los alumnos desarrollen su autonomía y se involucren en el proceso de aprendizaje. Por otro lado, también se ha empleado el Aprendizaje Basado en Juego con la intención de fomentar la motivación del alumnado. Todo este sistema de nuevas metodologías ha sido reforzado por el empleo de la clase magistral participativa para fijar los conceptos más relevantes y establecer un marco coherente de los temas tratados en la unidad. Se ha intentado dar un enfoque diferente a las clases magistrales empleando herramientas TIC y fomentando la participación activa del alumnado. Se pretende que, a la vez que el profesor marca el ritmo de la clase, los alumnos puedan experimentar en primera persona los conceptos tratados a través de herramientas TIC. Además, durante estas sesiones, se pretende establecer un diálogo entre el profesor y los alumnos.

Finalmente, se ha desarrollado un proyecto educativo con el objetivo de implementar el aprendizaje personalizado en el aula. Dicho proyecto sitúa en el centro del proceso de aprendizaje como sujeto activo. Se persigue el objetivo de que el alumnado pueda explorar las diferentes áreas de la matemáticas de forma autónoma y adecuada a sus necesidades educativas. Se propone que dentro del paisaje matemático existan puntos claves donde el alumnado puede pararse, reflexionar y finalmente aprender. Dicho puntos claves deben estar graduados en cuanto a su dificultad y abarcar diferentes formas de aprender. Una vez que el alumno ha transitado por este paisaje matemático, se consigue que obtenga una visión coherente de las matemáticas como una materia plenamente interconectada entre sí.

Por último, cabe que destacar que el principio de atención a la diversidad siempre ha guiado el diseño de la programación didáctica, de la unidad de programación y el proyecto de innovación desarrollados en el presente trabajo. Los valores de la educación actual consideran al alumnado como el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje y, por tanto, esto no podría llevarse a cabo sin atender a las diferentes formas de aprender de los alumnos.

Bibliografía

- Arce, M., Conejo, L., Muñoz, J. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Editorial Síntesis.
- Asociación de Personas con Discapacidad de Castro Urdiales. (2019). *Atención a la diversidad*. <http://www.discapacidad-cantabria.info/otras-ayudas/area-educativa/atencion-a-ladiversidad/index.html>
- Baker, J. (2000). *The “classroom flip”*: Using web course management tools to become the guide by the side. 11th International Conference on college Teaching and Learning. Jacksonville, FL.
- Barrio, J. (2004). *La calidad educativa y la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza secundaria*. Revista Complutense de Educación. 15(2). 621-646.
- Benninga, J., Berkowitz, M., Kuehn, P., y Smith, K. (2006). *Character and Academics: What Good Schools Do*. Phi Delta Kappan, 87(6), 448–452. <https://doi.org/10.1177/003172170608700610>
- Bergmann, J., Sams, A. (2012). *Flip your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day*. ISTE.
- Bruner, J.S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press.
- Bruner, J.S. (2001). *El proceso mental en el aprendizaje*. Narcea.
- Davidson, M., Khmelkov, V., y Lickona, T. (2007). *Education Week: Smart and Good Schools*. A Paradigm Shift for Character Education. Bethesda, 27(12), 31-40.
- Davidson, M., Khmelkov, V., y Lickona, T. (2010). *The power of character: Needed for, and developed from, teaching and learning*. En T. Lovat, R. Toomey, y N. Clement, International research handbook on values education and student wellbeing (págs. 427-454). Springer.
- Decreto 78/2019, de 24 de mayo, de ordenación de la atención a la diversidad en los centros públicos y privados concertados que imparten enseñanzas no universitarias en la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 105, de 3 de junio de 2019.
- Decreto 73/2022, de 27 de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria

- Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 151, de 05 de agosto de 2022.
- Ferreira, R. (2004). *Classroom Teaching Modes*. Actas del X Congreso Internacional de Educación Matemática. Copenhague, Dinamarca, Julio 2004.
- Fornons, V., Palau, R. (2016). *Flipped classroom en la asignatura de matemáticas de tercero de educación secundaria obligatoria*. EDUTEC, Reviste Electrónica de Tecnología Educativa, 5. <https://www.educatec.es/revista>
- Gálvez, E. (2013). *Metodología activa: favoreciendo los aprendizajes*. Santillana S.A.
- García Barrera, A. (2022). *El aprendizaje personalizado en las aulas inclusivas*. Grao.
- Giné de Lera, C., Deulofeu Piquet, J. (2015). *Creencias de profesores y estudiantes de profesor de educación primaria y secundaria sobre los problemas de matemáticas*. REDIMAT, Vol 4(2), 161- 178. <https://doi.org/10.4471/redimat.2015.1398>
- González, R. (2019). *Evaluación de estrategias formativas para mejorar las actitudes hacia las matemáticas en secundaria*. Educación Matemática. 31(1). 176-203. <https://doi.org/10.24844/EM3101.7>
- Inspección de Educación del País Vasco; Organismo de Inspección de Kaunas; Organismo de Inspección Escolar de Prahova; Universidad de Cumbria; Universidad Abierta de Chipre; Organismo de Inspección de Portugal; Departamento de Evaluación de Bolzano. (2017). *Guía para la evaluación de la práctica docente*. Inspección de Educación del País Vasco.
- Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. (s.f). *ABP (Aprendizaje Basado en Proyectos)*. https://formacion.intef.es/pluginfile.php/105732/mod_imsdp/content/1/abp_aprendizaje_basado_en_proyectos.html
- Lage, M., Platt, G. (2000). *The internet and the inverted classroom*. The Journal of Economic Education. 31(1). 11. <https://doi.org/10.1080/00220480009596756>
- Lage, M., Platt, G., Treglia, M., (2000). *Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment*. Journal of Economic Education. 31 (1). 30-43. <https://doi.org/10.1080/00220480009596759>
- Ley Orgánica 8/1985, de 3 de julio, reguladora del Derecho a la Educación, BOE núm. 159, de 04 de julio de 1985.

- Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, BOE núm. 340, de 30 de diciembre de 2020.
- Llinares, S., Sánchez, M. (1990). *El Conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas*. Teoría y Práctica en Educación Matemática. 63-116.
- Luz, J., Alfaro, M. (2012). *Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos*. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación. 10(4). 265-284. Recuperado a partir de <https://revistas.uam.es/reice/article/view/3035>
- Massut, M. (2015). *Estudio de la utilización de vídeos tutoriales como recurso para las clases de matemáticas en el bachillerato con "Flipped Classroom"*. [Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona]. http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/106741/6/MFMB_TESIS.pdf.txt
- Osterman, K. (2010). *Teacher practice and students' sense of belonging*. En T. Lovat, R. Toomey, y N. Clement, International research handbook on values education and student wellbeing (págs. 239-260). Springer.
- Piaget, J. (1983). *Psicología y pedagogía*. Editorial Sarpe.
- Porlán, R., Rivero, A., (1998). *El conocimiento de los profesores*. Editorial Diada.
- Ramos-Rodríguez, E., Vásquez, C. (2020). *Un modelo de programas efectivos para el desarrollo profesional docente del profesor de matemáticas*. PNA, 15(1), 27-49. <https://doi.org/10.30827/pna.v15il.11559>
- Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria, BOE núm. 76, de 30 de marzo de 2022.
- Rodríguez, A. (2010). *Propuestas metodológicas de profesores noveles de matemáticas: diseño y práctica en secundaria. Estudios de caso*. [Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla]. Depósito de Investigación Universidad de Sevilla. <https://idus.us.es/handle/11441/72752>
- Shyu, H. (2000). *Using video-based anchored instruction to enhance learning: Taiwan experience*. British Journal of Educational Technology, 31(1). 57-69.
- Skemp, R.R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Morata.

- Thomas, J. (Marzo 2000). *A review of research on project-based learning*. BobPearlMan.org. http://www.bobpearlman.org/BestPractices/PBL_Research.pdf
- Tirri, K. (2011). *Holistic school pedagogy and values: Finnish teachers' and students' perspectives*. *International Journal of Educational Research*, 50(3), 159-165. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2011.07.010>
- Tzur, R., Simon, M., Heinz, K., Kinzel, M. (2001). *An Account of a Teacher's Perspective on Learning and Teaching Mathematics: Implications for Teacher development*. *Journal of Mathematic Teacher Education*. 4. 227-254. <https://doi.org/10.1023/A:1011493204582>
- Universidad del País Vasco. (s.f). *Las metodologías activas de enseñanza en el programa ERAGIN*. <https://www.ehu.es/es/web/sae-helaz/eragin-irakaskuntza-metodologiaaktiboak>
- Vega, M. (2012). *El aprendizaje estadístico en la educación secundaria obligatoria a través de una metodología por proyectos. Estudio de caso en un aula inclusiva*. [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. Repositorio Documental de la Universidad de Granada. <http://hdl.handle.net/10481/27770>
- Ventosa, V. (2016). *Manual del monitor de tiempo libre: Dinamización de actividades de tiempo libre educativo infantil y juvenil*. Editorial CCS.
- Von Feigenblatt, O. F., Peña Acuña, B., y Cardoso Pulido, M. J. (2022). *Aprendizaje Personalizado y educativo maker. Nuevos paradigmas didácticos y otras aproximaciones*. Ediciones Octaedro.
- Vygotsky, L. (1978). *Pensamiento y Lenguaje*. Paidós.

Anexo I. Legislación

Constitución española, de 6 de diciembre, BOE núm. 311, de 29 de diciembre de 1978.

Decreto 101/2006, de 13 de octubre, por el que se crea el Observatorio para la Convivencia Escolar de Cantabria, BOC núm. 203 de 23 de octubre de 2006.

Decreto 53/2009, de 25 de junio, que regula la convivencia escolar y los derechos y deberes de la

comunidad educativa en la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 127, de 3 de junio de 2009.

Decreto 30/2017, de 11 de mayo, que modifica el Decreto 53/2009, de 25 de junio, que regula la convivencia escolar y los derechos y deberes de la comunidad educativa en la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 96, de 19 de mayo de 2017.

Decreto 78/2019, de 24 de mayo, de ordenación de la atención a la diversidad en los centros públicos y privados concertados que imparten enseñanzas no universitarias en la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 105, de 3 de junio de 2019.

Decreto 103/2021, de 25 de noviembre, que modifica el Decreto 75/2010, de 11 de noviembre, por el que se aprueba el Reglamento Orgánico de los Institutos de Educación Secundaria en el ámbito territorial de la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 232, de 2 de diciembre de 2021.

Decreto 73/2022, de 27 de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 151, de 05 de agosto de 2022.

Ley Orgánica 8/1985, de 3 de julio, reguladora del Derecho a la Educación, BOE núm. 159, de 04 de julio de 1985.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, BOE núm. 106, de 4 de mayo de 2006.

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, BOE núm. 340, de 30 de diciembre de 2020.

Orden de 29 de febrero de 1996, por la que se modifican las Ordenes de 29 de junio de 1994 por las que se aprueban las instrucciones que regulan la organización y funcionamiento de las Escuelas de Educación Infantil y Colegios de Educación Primaria y de Institutos de Educación Secundaria, BOE núm. 60, de 9 de marzo de 1996.

Orden ECD/462/2016, de 31 de marzo, por la que se regula el procedimiento de incorporación del alumnado a un curso de Educación Secundaria Obligatoria o de Bachillerato del

sistema educativo definido por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, con materias no superadas del currículo anterior a su implantación, BOE núm. 82, de 05 de abril de 2016.

Orden ECD/78/2018, de 26 de junio, que regula el programa ESPADE (Especial Atención al Deporte), para la conciliación de estudios y entrenamiento deportivo de alumnos que cursan Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, así como el acceso a dicho programa en el ámbito de gestión de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, BOC núm. 129, de 3 de julio de 2018.

Orden EDU 5/2006, de 22 de febrero, por la que se regulan los Planes de Atención a la Diversidad y la Comisión para la Elaboración y Seguimiento del Plan de Atención a la Diversidad en los centros educativos de la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 47, de 8 de marzo de 2006.

Orden EDU/14/2022, de 16 de marzo, por la que se regula la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato y determinados aspectos relacionados con la evaluación y titulación en Formación Profesional, en la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 58, de 24 de marzo de 2022.

Orden EDU/2395/2009, de 9 de septiembre, por la que se regula la promoción de un curso incompleto del sistema educativo definido por la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de ordenación general del sistema educativo, a otro de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, BOE núm. 221, de 12 de septiembre de 2009.

Orden EDU/41/2022, de 8 de agosto, por la que se regulan los programas de diversificación curricular en los centros que imparten Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma, BOC núm. 156, de 12 de agosto de 2022.

Orden EDU/70/2010, de 3 de septiembre, por la que se regula el procedimiento para garantizar el derecho de los alumnos a ser evaluados conforme a criterios objetivos, en la Comunidad Autónoma de Cantabria, BOC núm. 179, 16 de septiembre de 2010.

Orden EFP/279/2022, de 4 de abril, por la que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación y Formación Profesional, BOE núm. 84, de 08 de abril de 2022.

Orden EFP/754/2022, de 28 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación y Formación Profesional, BOE núm.187, de 5 de agosto de 2022.

Real Decreto 83/1996, de 26 de enero, por el que se aprueba el Reglamento orgánico de los Institutos de Educación Secundaria, BOE núm. 45, de 21 de febrero de 1996.

Real decreto 943/2003, de 18 de julio, por el que se regulan las condiciones para flexibilizar la duración de los diversos niveles y etapas del sistema educativo para los alumnos superdotados intelectualmente, BOE núm. 182, de 31 de julio de 2003.

Real Decreto 132/2010, de 12 de febrero, por el que se establecen los requisitos mínimos de los centros que impartan las enseñanzas del segundo ciclo de la educación infantil, la educación primaria y la educación secundaria, BOE núm. 62, de 12 de marzo de 2010.

Real Decreto 310/2016, de 29 de julio, por el que se regulan las evaluaciones finales de Educación Secundaria Obligatoria y de Bachillerato, BOE núm. 183, 30 de julio de 2016.

Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria, BOE núm. 76, de 30 de marzo de 2022.

Resolución de 28 de octubre de 2022, que convoca a los centros educativos sostenidos con fondos públicos de la Comunidad Autónoma de Cantabria para la participación, durante el curso 2022-2023, en el programa LaborESO, destinado a alumnos y alumnas de 3º de Educación Secundaria que cursen un Programa de Diversificación Curricular, de 4º de Educación Secundaria Obligatoria y del último año de un Programa de Transición a la Vida Adulta de Educación Especial, BOC núm. 213, de 7 de noviembre de 2022.

Anexo II. Instrumentos de Evaluación

En este anexo, se detallan los instrumentos de evaluación de la unidad didáctica programada, incluyendo las preguntas del cuestionario inicial, los enunciados de las pruebas escritas desarrolladas durante la unidad y las rúbricas.

Evaluación 1

Cuestionario

- ¿Cuáles de las siguientes funciones son continuas?
 - $f(x) = \sin x$
 - $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 1}$
 - $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$
 - $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$
- ¿Qué afirmaciones sobre la función $f(x) = \ln x$ son ciertas?
 - Es monótona decreciente.
 - Es monótona creciente.
 - No presenta comportamiento monotonó.
 - Tiene puntos de inflexión.
- Describe los siguientes aspectos de la función dada en la gráfica.
 - Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

- B. Dominio.
- C. Recorrido
- D. Continuidad.
4. Indica a qué valor se acerca la función $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ cuando
- A. x tiende a 0.
- B. x tiende a 1.
- C. x tiende a 2.
- D. x tiende a infinito.
5. ¿A qué función corresponde la gráfica de la figura?
- A. $f(x) = x^2$
- B. $f(x) = \frac{1}{x-1}$
- C. $f(x) = \frac{1}{x}$
- D. $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Lista de cotejo

- Conoce e identifica el concepto de continuidad.
- Distingue los puntos del dominio de una función.
- Identifica el comportamiento de la función a partir de su expresión algebraica.
- Sabe interpretar gráficas de funciones.
- Tiene intuición matemática sobre la noción de límite de una función.

Evaluación 2

Prueba escrita

Calcula los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3}{x^2 - 5x + 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1}$$

Evaluación 3

Prueba escrita

Dada la función $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{x - 1}$, calcula:

1. El límite cuando x tiende a 1 por la izquierda.
2. El límite cuando x tiende a 1 por la derecha.
3. El límite cuando x tiende a $+\infty$
4. El límite cuando x tiende a $-\infty$

Evaluación 4

Rúbrica del Informe y del Registro de Observación.

Tabla 16*Rúbrica del informe y del registro de observación.*

CE	Criterios de evaluación	Excecente	Muy bien	Deficiente	Muy deficiente	CC
		10 puntos	6 puntos	3 puntos	0 puntos	
1	1.1 Manejar estrategia para la modelización y resolución de problemas.	Se presenta el modelo matemático empleado de forma clara y precisa.	Se presenta el modelo matemático de forma poco estructurada.	El modelo matemático presenta errores.	No se presenta ni se describe el modelo matemático.	15 %
2	2.1 Comprobar la validez los resultados obtenidos.	Se presenta una análisis final de los resultados interpretando la solución obtenida.	Se analizan los resultados sin interpretarlos de forma adecuada.	No se analizan los resultados en profundidad, pero estos son coherentes	Los resultados obtenidos no son coherentes y no se realiza un análisis crítico de los mismos.	10 %
3	3.2 Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación.	Se emplean las herramientas de forma correcta para el propósito adecuado	Se emplean herramientas adecuadas, pero no se utilizan correctamente.	Las herramientas empleadas no son adecuadas.	No se emplean herramientas tecnológicas.	10 %

4	4.1 Interpretar, modelizar y resolver problemas utilizando el pensamiento computacional.	El proceso de resolución del problema se presenta de forma clara y coherente.	Se expone el proceso pero muestra incoherencias	Faltan partes del proceso de resolución del problema.	No se describe el proceso de resolución del problema planteado.	15 %
5	5.2 Resolver problemas en contextos matemáticos, estableciendo y aplicando conexiones entre las diferentes ideas matemáticas.	Se describen las nociones de fractal, dimensión fractal y límite, relacionando todos estos conceptos entre sí.	Se describen al menos dos de los conceptos trabajados, relacionándolos entre sí.	Se describen al menos dos de los conceptos trabajados, pero no se relacionan entre sí	Se describe uno o ninguno de los tres concepto matemáticos trabajados en el proyecto.	10 %

6	6.2 Analizar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad, reflexionando sobre su contribución en la solución de situaciones complejas y retos científicos y tecnológicos.	Se presenta una descripción de los fractales, relacionándolos con, al menos, dos sistemas presentes en la naturaleza o el mundo real.	Se presenta una descripción de los fractales, relacionándolos con sólo un sistema presente en la naturaleza o el mundo real.	Se describen los fractales de forma correcta pero no se relacionan con sistemas naturales o del mundo real.	No se presenta una descripción matemática de los factales, o ésta es incorrecta.	10 %
7	7.2 Seleccionar y utilizar diversas formas de representación, valorando su utilidad para compartir información.	Se reflejan diferentes representaciones de los conceptos de fractal, dimensión fractal y de límite.	Se incluyen representaciones de al menos dos de los tres conceptos matemáticos tratados.	Se incluye sólo la representación de una de los tres conceptos.	No se realiza ninguna representación de la ideas matemáticas.	10 %

8	8.1 Mostrar organización al comunicar las ideas matemáticas empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados.	Las ideas matemáticas presentes en el informe están expresadas de forma correcta mostrando un precisión en las mismas.	Las ideas matemáticas del informe son expresadas de forma correcta, pero sin mostrar una gran precisión en el lenguaje.	Las ideas matemáticas presentes en el proyecto no están bien expresadas.	No aparecen las descripciones de las ideas matemáticas en el informe o éstas son escasas.	10 %
9	9.3 Participar en tareas matemáticas de forma activa en equipos heterogéneos, respetando a los demás y fomentando el bienestar del grupo.	El alumno ha participado de forma activa en el desarrollo del proyecto, respetando las ideas de los compañeros en un dialogo productivo.	El alumno ha participado poco en las discusiones, sin afectar de forma negativa al desarrollo del trabajo y realizando la parte proporcional del trabajo.	El alumno no ha mostrado un espíritu colaborativo. Ha intentado imponer sus ideas o no ha realizado un trabajo proporcional al de sus compañeros.	El alumno no ha participado en el desarrollo del proyecto o ha mostrado una actitud negativa en su relación con sus compañeros.	10 %