



Universidad
Europea VALENCIA

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA,
BACHILLERATO, CICLOS, ESCUELAS DE IDIOMAS Y ENSEÑANZAS DEPORTIVAS

**ANÁLISIS Y ELABORACIÓN DE UNA UNIDAD DE
PROGRAMACIÓN DE MATEMÁTICAS EN 1º
DE BACHILLERATO:
INTRODUCCIÓN A LA INTEGRACIÓN**

Autor:

Andrés Gutiérrez Jaime

Dirigido por:

Pilar Sala Fayos

Curso Académico: 2022/2023

*“La esencia de las matemáticas no es hacer las cosas simples complicadas,
sino hacer las cosas complicadas simples”*

- Stanley Gudder

Resumen

La docencia durante los cursos de bachillerato presenta una serie de retos únicos. Uno de los temas que presentan más dificultades a la hora de explicar y comprender es el de integración. Además, en estos cursos se muestra una gran reticencia a utilizar metodologías más innovadoras debido al riesgo que puede suponer una mala implementación para los resultados de los alumnos. En este trabajo se analiza la programación de la asignatura Matemáticas I de 1º de Bachillerato del Colegio Sagrada Familia PJO, se proponen mejoras, y se diseña una unidad de programación sobre el tema de integración. Se espera poder ayudar a dar un paso más hacia un mayor uso de las metodologías más actualizadas en los cursos de Bachillerato, y ayudar a los alumnos a entender mejor el concepto de integración, uno de los más complejos.

Palabras Clave: Matemáticas, integración, bachillerato, programación

Abstract

Teaching in the last few years of high school shows a series of unique challenges. One of the subjects which show the most difficulty to explain and understand is that of integration. Additionally, teachers show great reluctance when choosing which methodologies to use, avoiding the more innovative ones due to the risk that comes with a bad implementation. We analyze the guidelines in the subject Mathematics I for the first year of baccalaureate in the School Sagrada Familia PJO, propose improvements, and design a didactic for the subject of integration. The hope is to help take a step forward to a bigger use of modern methodologies, and to help students reach a better understanding of the concept of integration, one of the most complex ones.

Keywords: Mathematics, integration, baccalaureate, programming

Índice

Resumen.....	3
Introducción	10
Presentación De La Programación Didáctica Del Centro	11
El Centro Educativo.....	12
Grupo-Clase.....	15
Contexto Legislativo	15
Leyes orgánicas.....	16
Nivel estatal	16
Nivel autonómico.....	16
Identificación de las Áreas de Mejora de la Programación y Aportación de Novedades.....	17
Actividades	18
Temporalización.....	18
Atención a la Diversidad.....	19
Evaluación y Calificación.....	20
Comunicación con Tutores de Alumnos	20
Resolución de Conflictos	21
Tabla resumen	22
Secuencia de los Contenidos, Competencias, Metodología, Evaluación y Elementos	
Transversales	23
Bloques de Contenidos	23
Perfil de Salida.....	24
Competencias Clave.....	26
Competencias Específicas.....	31
Temporalización.....	35
Saberes Básicos.....	38
Metodología.....	42

<i>Trabajo Colaborativo</i>	43
<i>Aprendizaje Basado en Problemas</i>	45
Evaluación y Calificación.....	46
<i>Evaluación Inicial</i>	46
<i>Instrumentos de Evaluación</i>	46
<i>Instrumentos de Recuperación</i>	48
<i>Evaluación Docente</i>	48
Situaciones de Aprendizaje.....	49
Atención a la Diversidad	50
Desarrollo de la Unidad de Programación	54
Introducción y Justificación.....	54
Contextualización	56
Contenidos, Objetivos, Competencias, Criterios de Evaluación y Situaciones de Aprendizaje de la Unidad de Programación.....	61
Situación de Aprendizaje	66
Metodología y Desarrollo de las Sesiones de la Unidad de Programación	69
Evaluación y Calificación.....	83
<i>Prueba Escrita</i>	85
<i>Ejercicios Evaluables</i>	86
<i>Observación Diaria:</i>	87
<i>Evaluación Docente</i>	88
Atención a la Diversidad.....	90
Proyecto de Innovación Educativa	92
Conclusiones	98
Bibliografía	99
Anexos	102

Índice de Tablas

Tabla 1	22
<i>Mejoras propuestas para la programación del centro</i>	
Tabla 2	24
<i>Bloques de contenidos para la asignatura Matemáticas I</i>	
Tabla 3	25
<i>Aprendizajes adquiridos según el perfil de salida</i>	
Tabla 4	27
<i>Siglas, nombre y definición de las competencias clave</i>	
Tabla 5	31
<i>Competencias específicas, sus criterios de evaluación, y las competencias clave ligadas</i>	
Tabla 6	36
<i>Unidades de programación organizadas por bloques de contenidos, con las sesiones a cada una</i>	
Tabla 7	41
<i>Relación entre las unidades de programación y los sentidos</i>	
Tabla 8	47
<i>Instrumentos de evaluación utilizados y el peso dado a cada uno</i>	
Tabla 9	52
<i>Niveles de respuesta educativa</i>	
Tabla 10	52
<i>Medidas de atención organizadas por bloques según la Orden 20/2019</i>	
Tabla 11	56
<i>Resumen de la unidad de programación</i>	
Tabla 12	62
<i>Competencias específicas, criterios de evaluación y competencias clave trabajados con la unidad de programación</i>	

Tabla 13	69
<i>Distribución de sesiones y objetivo principal de cada bloque de sesiones</i>	
Tabla 14	70
<i>Estructura de las sesiones del bloque teórico</i>	
Tabla 15	72
<i>Desarrollo de la sesión 1 de la unidad de programación</i>	
Tabla 16	73
<i>Desarrollo de la sesión 2 de la unidad de programación</i>	
Tabla 17	75
<i>Desarrollo de la sesión 3 de la unidad de programación</i>	
Tabla 18	76
<i>Desarrollo de la sesión 4 de la unidad de programación</i>	
Tabla 19	78
<i>Desarrollo de la sesión 5 de la unidad de programación</i>	
Tabla 20	79
<i>Desarrollo de la sesión 6 de la unidad de programación</i>	
Tabla 21	81
<i>Desarrollo de la sesión 7 de la unidad de programación</i>	
Tabla 22	82
<i>Desarrollo de la sesión 8 de la unidad de programación</i>	
Tabla 23	87
<i>Rúbrica para la observación diaria</i>	
Tabla 24	89
<i>Rúbrica de evaluación docente, sección sobre integración</i>	
Tabla 25	94
<i>Detalle del proyecto de innovación educativa</i>	
Tabla 26	95

Rúbrica para la evaluación de la escape room por parte de los alumnos

Tabla 27 **96**

Rúbrica para la evaluación de la escape room por parte del docente

Índice de Figuras

Figura 1	13
<i>Organigrama del Colegio Sagrada Familia PJO</i>	
Figura 2	37
<i>Calendarización del curso académico 2022-2023 para la asignatura Matemáticas I</i>	
Figura 3	60
<i>Calendarización de la unidad de programación</i>	
Figura 4	67
<i>Planos iniciales de la caseta para la situación de aprendizaje</i>	
Figura 5	85
<i>Prueba escrita realizada en la sesión 8 de la unidad de programación</i>	
Figura 6	86
<i>Ejercicios evaluables entregados en la unidad de programación</i>	

Introducción

Desde la introducción de las pruebas PAU para acceder a los estudios universitarios la educación de los cursos de Bachillerato ha tomado un carácter único, muy diferente de la docencia en los cursos de Primaria y de la Educación Secundaria Obligatoria. Los docentes son conscientes de la realidad de los alumnos, para los cuales todas las calificaciones que obtienen durante esos dos años son vitales para poder optar a los estudios que deseen y alcanzar sus metas y sueños.

Esto causa una estagnación en cuanto a la implementación de metodologías más innovadoras. Debido a la importancia de estos cursos se tiende a evitar la experimentación y utilizar aquellos métodos de enseñanza cuyo funcionamiento ya se ha demostrado. Los docentes tienen miedo de perjudicar los resultados y el futuro de los alumnos con una implementación incorrecta o insuficiente de una metodología nueva. Los alumnos aprecian la estabilidad y seguridad de los métodos más tradicionales, que proporcionan una base teórica sólida sobre la que recaer con seguridad y una estructura de las clases y del curso predecible que les permite planificarse con anterioridad.

En este trabajo se propone la introducción de algunas metodologías más interactivas a las clases del primer curso de Bachillerato en una medida algo menor que de normal, evitando romper los beneficios mencionados anteriormente pero abriendo una puerta a continuar poco a poco implementando más recursos innovadores sin tanto miedo en el futuro. Se entiende que pasar directamente de una clase magistral a una flip classroom en los cursos de Bachillerato no es realista, por lo que se propone una forma de iniciar el cambio lento y gradual que se ha de realizar hacia el uso de las metodologías más modernas e innovadoras.

Para ello primero se evalúa la guía didáctica del centro en el que se han realizado las prácticas. Se presentan posibles mejoras para mejorar la calidad educativa del centro y el nivel de los alumnos, siempre desde un punto de vista constructivo. Posteriormente se desarrolla la unidad de programación que se ha implementado en el curso de 1º de Bachillerato sobre el tema de integración, teniendo en cuenta las mejoras vistas anteriormente y los problemas y objetivos mencionados en esta introducción.

Se espera que este trabajo pueda ayudar tanto a docentes como a alumnos, con el fin de alcanzar una mejor educación para todas las partes implicadas. Especialmente en el marco de los cursos de Bachillerato, se espera poder ayudar a eliminar el estancamiento que se ha observado en cuestión de la implementación de metodologías y herramientas más modernas respecto a los otros niveles educativos.

Presentación De La Programación Didáctica Del Centro

Como indica Fernández, M.L.A. (2010), la programación “es una herramienta primordial para llevar a cabo el desarrollo adecuado del proceso de enseñanza-aprendizaje, favoreciendo una enseñanza de calidad y el desarrollo integral del alumno”. La necesidad de sistematizar mediante el uso de una programación el proceso de enseñanza-aprendizaje viene justificada por varias razones, como puede ser la eliminación del azar y la improvisación (en el sentido negativo), y permite adaptar la labor pedagógica a las características particulares de cada centro.

Al ser una herramienta de planificación, una programación también necesita tener unas características generales, que como indican Soler, V. G. y Nadal, C. B. (2013), son:

- La adecuación al contexto correspondiente, como puede ser el entorno cultural y social del centro, del alumnado, o del docente.
- La concreción del plan de acción a llevar a cabo en el aula.
- La flexibilidad suficiente para que el plan de acción pueda ser revisado cuando surjan imprevistos o problemas durante la enseñanza-aprendizaje.
- La viabilidad para poder cumplir las funciones establecidas, como puede ser contar con los recursos, espacios y tiempo necesarios para realizar las actividades establecidas, y para que estén disponibles para todo el alumnado.

En este apartado se realiza en primer lugar un resumen de las características y el contexto del centro educativo, incluyendo el entorno socioeconómico del barrio en el que se encuentra, junto con un análisis del grupo-clase con el que se ha trabajado. Posteriormente se presentan y analizan los aspectos más importantes de la programación del centro, identificando aquellos en los que hay margen de mejora y proponiendo acciones que introduzcan estas mejoras y aumenten el nivel educativo del centro, siempre desde un punto de vista constructivo.

El Centro Educativo

El centro en el que se centra este Trabajo Fin de Máster es el Colegio Sagrada Familia PJO, un centro educativo concertado situado en la calle Poeta Ricard Sanmartí, número 3, en el barrio de Benimaclet en Valencia. Se trata de un centro concertado de un tamaño y con una oferta que han continuado expandiendo a lo largo de los últimos 20 años, ofreciendo cursos de infantil, primaria, ESO y bachillerato, además de varios ciclos medios y superiores. Las instalaciones incluyen entre otros: Un pabellón polideportivo cubierto, un salón de actos, un patio de juegos para los alumnos de infantil, dos pistas de pádel, cuatro campos de balonmano y fútbol 7, un

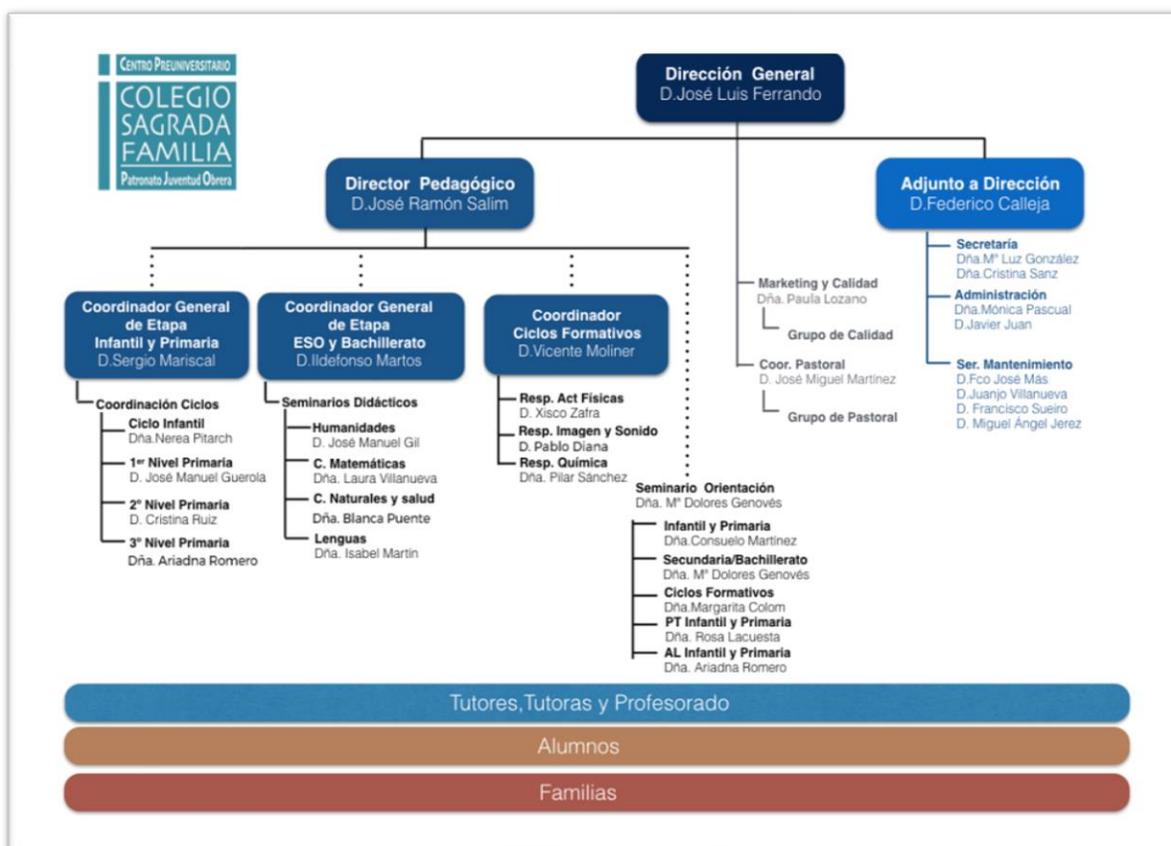
campo de frontón, un campo de bádminton cubierto, un comedor, aulas de informática, un aula de música, y multitud de aulas para la docencia.

El centro también consta del Sello de Calidad según la norma ISO 9001:2015, el cual ha podido mantener durante varios años mediante la creación de un departamento de Calidad y Márketing.

En relación a la estructura interna del centro, en la Figura 1 se presenta el organigrama del curso académico 2022-2023.

Figura 1

Organigrama del Colegio Sagrada Familia PJO



Su proyecto educativo consta de 3 elementos como principales objetivos:

- Fomentar la autonomía de los alumnos, la cual se considera la base educativa para conseguir personas motores del cambio en la sociedad.
- Fomentar el aprendizaje y estudio de los idiomas, y poder expresarse correctamente tanto por escrito como oralmente en castellano, valenciano e inglés.
- Inculcar el respeto social y por el medio ambiente, fomentando el conocimiento y aprecio del medio social, cultural y natural, y propiciando valores y actitudes que contribuyan a su mejora.

Con el fin de alcanzar estos objetivos el centro cuenta con numerosos proyectos iniciativas. Estos incluyen entre otros: El programa Erasmus+, una liga de debate, cursos de programación y robótica, actividades de apoyo medioambiental, programas de impulso de los STEAM (Science-Technology-Engineering-Arts-Mathematics), el programa Experimenta, la participación en las Olimpiadas Matemáticas, e intercambios lingüísticos con Reino Unido, Alemania y Finlandia.

El centro también ofrece varios servicios de calidad como una enfermería, la Asociación de Padres y madres de Alumnos (APA), un gabinete de orientación para alumnos, padres y docentes, y varias herramientas de comunicación entre padres y docentes. El gabinete de orientación también se encarga de ofrecer formación continua tanto a los docentes como a los alumnos, impartiendo charlas y seminarios sobre tópicos como: Las inteligencias múltiples, trastornos alimentarios, prevención de drogodependencias, técnicas de estudio y gestión de la ansiedad, charlas sobre los estudios postobligatorios y optatividad, prevención de la anorexia, y prevención de accidentes de tráfico.

El contexto socioeconómico de la zona es mayoritariamente de familias de clase media, encontrándose en una zona que no tiene muchos problemas de conflictividad, ni tampoco un nivel económico extremadamente alto.

Grupo-Clase

El grupo-clase con el que se ha trabajado es un curso de 1º de Bachillerato de la modalidad de Ciencias, en la asignatura Matemáticas I. En total la materia consta de 38 participantes, los cuales se han dividido debido a la gran cantidad de alumnos en 2 grupos de 17 personas cada uno. Notar que es únicamente en este curso donde se lleva a cabo esta división al ser el más numeroso. Hay paridad entre chicos y chicas, y el nivel académico es mayoritariamente medio-alto, con una gran parte de los alumnos entendiendo e interiorizando los conceptos matemáticos explicados en las sesiones con relativa rapidez. Hay tres alumnos con necesidades especiales: Un alumno con AACC, un alumno con TDAH, y un alumno con una discapacidad física que afecta a la visión. Además es un grupo-clase que no presenta muchas dificultades a la hora de impartir la docencia, más allá de la necesidad de pedir silencio en algunas ocasiones cuando acaban de realizar una prueba escrita o similares.

Contexto Legislativo

Este Trabajo Fin de Máster ha sido realizado durante el curso académico 2022-2023. Siguiendo el calendario legislativo, al trabajar con un curso impar (1º de Bachillerato) la ley orgánica en vigor a la que hay que atenerse es la LOMLOE.

A continuación se enumera el contexto legislativo que ha de cumplir la unidad de programación presentada posteriormente:

Leyes orgánicas

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo (LOE), de Educación.
- Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre (LOMLOE), por la cual se modifica la ley de educación LOE y se deroga la LOMCE.

Nivel estatal

- Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato.
- Real Decreto 984/2021, de 16 de noviembre, por el que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional.

Nivel autonómico

- Decreto 108/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el que se establecen la ordenación y el currículo de Bachillerato.
- Orden 38/2017, de 4 de octubre, de la Conselleria de Educación, por la que se regula la evaluación en Educación Secundaria Obligatoria, en Bachillerato y en las enseñanzas de la Educación de las Personas Adultas en la Comunidad Valenciana.
- Decreto 104/2018, de 27 de julio, del Consell, por el cual se desarrollan los principios de equidad e inclusión en el sistema educativo valenciano.
- Orden 20/2019, de 30 de abril, de la Conselleria de Educación, Investigación, Cultura y Deporte, por la cual se regula la organización de la respuesta educativa para la

inclusión del alumnado en los centros docentes sostenidos con fondos públicos del sistema educativo valenciano.

- Decreto 252/2019, de 29 de noviembre, del Consell, de regulación de la organización y el funcionamiento de los centros públicos que imparten enseñanzas de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional.
- Resolución de 3 de noviembre de 2022, de la Secretaría Autonómica de Educación y Formación Profesional, por la que se aprueban las instrucciones para la organización y funcionamiento de los centros que imparten Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato durante el curso 2022-2023.
- Documento Puente, creado por la Generalitat (Rodrigo y Requena, 2015), que recoge y relaciona los contenidos con los criterios de evaluación, las competencias y los estándares de aprendizaje.

Identificación de las Áreas de Mejora de la Programación y Aportación de Novedades

La programación es el principal instrumento del docente para la planificación del aula. Es por ello por lo que, para asegurarse de su utilidad y corrección, según Rodríguez Moreno, J., Molina Jaén, M. D., y Martínez Labella, M. J. (2019), toda programación ha de incluir cinco características fundamentales: Adecuación, Realismo, Flexibilidad, Viabilidad, y Sentido dinámico.

La programación que se va a analizar a continuación corresponde al curso de 1º de Bachillerato en la asignatura Matemáticas I. Sobre esta programación se identifican varios puntos de mejora y se proponen posibles cambios e implementaciones para mejorar la calidad de

la educación en el centro. A pesar de esto cabe añadir que la programación se ajusta correctamente a la normativa correspondiente y cumple todos los requisitos exigidos por la ley.

Actividades

En la descripción de las actividades de la programación analizada se describe el contenido de cada sesión con unas pocas palabras o una frase corta. Se apreciaría una descripción mayor de la estructura de la sesión o de la descomposición durante la sesión del contenido indicado. Por ejemplo, si hay una sesión que está marcada como “introducción al concepto de derivadas”, se podría descomponer esa introducción en dos o tres partes para ilustrar mejor la forma de realizar dicha introducción, o detallar brevemente los pasos a seguir y el orden en el que hay que introducir cada uno de los conceptos necesarios para este tema. Especialmente con los cursos de Bachillerato, cuando los temas son más abstractos y complejos que los de los cursos anteriores, una breve guía mostrando un ejemplo del orden y los pasos a seguir al impartir esas sesiones puede ayudar a los docentes que tengan que impartir la asignatura.

Temporalización

La temporalización de todo el curso está detallada de una forma muy completa y estructurada. Están marcadas cuántas y qué sesiones se van a dedicar a cada una de las unidades de programación de todo el curso y las fechas en las que empieza y acaba cada evaluación. Además, dentro de cada unidad se detalla cada una de las sesiones que van a estar dedicadas principalmente a explicar la base teórica del tema, a repasar los contenidos vistos, a realizar una prueba escrita, a realizar un proyecto u otra actividad lúdica o más innovativa, o cualquier otra circunstancia que pueda surgir por parte del centro como pueden ser excursiones o intercambios que puedan interrumpir las clases.

Sin embargo, a pesar de ser una de las temporalizaciones más completas, exhaustivas y detalladas que se han visto, esto también puede causar problemas si surge algún imprevisto. Ha habido ocasiones durante la realización de las prácticas donde, por algún motivo inesperado, una de las sesiones que estaban planificadas no se han podido realizar, lo que causa que toda la temporalización se desajuste. Por este motivo se propone introducir una o dos sesiones de seguridad entre cada unidad de programación que se puedan utilizar en esos casos para no desajustar la temporalización de todas las demás unidades. En el caso de que no haga falta recuperar ninguna sesión se pueden utilizar para empezar uno o dos días antes la siguiente unidad, repasar los contenidos vistos en la unidad anterior, o realizar una actividad lúdica para que los alumnos descansen y recuperen energías.

Atención a la Diversidad

En el grupo-clase con el que se ha trabajado en este TFM hay tres alumnos que requieren de atención especial. Hay un alumno con Altas Capacidades, un alumno con TDAH, y un alumno con una discapacidad física que afecta a la visión. Se ha observado un trato muy correcto y personalizado para cada uno de los casos, centrándose en las necesidades concretas de cada uno y tratando de solucionarlas lo mejor posible.

En la guía didáctica se indica la necesidad de proveer esta atención a aquellos alumnos que la necesiten, facilitando su inclusión en el grupo y el progreso en sus estudios. Sin embargo, se podría incluir una descripción con algunas sugerencias para los casos más comunes de necesidad de atención especial, ya que se aprecia una redacción demasiado genérica. Se entiende que no hay una respuesta perfecta que sirva para todos los casos, y que hay que evaluar a cada individuo para proporcionar una atención personalizada a cada uno. Aun así se apreciarían

algunos comentarios para guiar al docente sobre qué tipo de acciones pueden ser beneficiosas para ciertos tipos de necesidades especiales, especialmente para las más comunes.

Evaluación y Calificación

La calificación está mayoritariamente sesgada hacia las pruebas escritas que se realizan durante el curso, teniendo mucho menos peso tanto los problemas y ejercicios evaluables que los alumnos tengan que resolver en casa y entregar al docente, como la actitud y continuidad durante las clases a lo largo del curso. Se entiende que esto se debe a la importancia de saber cómo enfrentarse a este tipo de pruebas escritas en preparación a las pruebas PAU, que es uno de los principales objetivos de los cursos de Bachillerato.

Aun así, los otros aspectos de la evaluación (exceptuando las pruebas escritas) están descritos de una forma demasiado genérica, sin rúbricas de ejemplo para seguir y sin posibles consejos de formas para evaluarlas. Se apreciaría proporcionar más rúbricas y ejemplos de herramientas a utilizar para realizar una evaluación con otros métodos además de la prueba escrita, especialmente para la evaluación continua y la actitud mostrada por los alumnos a lo largo del curso.

Comunicación con Tutores de Alumnos

Al tener el Sello de Calidad según la norma ISO 9001:2015, el centro tiene varias obligaciones respecto a la comunicación con los tutores de los alumnos sobre su actitud y progreso durante el curso, además de iniciativas que han tomado por parte del centro para mejorar aún más esta comunicación. Entre ellas constan una plataforma conjunta entre tutores y docentes para comunicaciones académicas, la redacción por parte del docente de un informe individualizado al final de cada evaluación tratando sobre su progreso a lo largo de dicha

evaluación, y un mínimo de una reunión presencial entre el docente y los tutores de cada alumno para resolver cualquier duda que puedan tener o cualquier comentario que sea notable, entre otros. Además de tener la plataforma principal del centro donde los tutores pueden ver los detalles de sus hijos, como pueden ser ausencias o retrasos, o sus calificaciones de cada evaluación, además de cualquier comentario que pueda añadir el docente.

A pesar de que esto tiene un impacto muy positivo, especialmente en la seguridad que sienten los tutores hacia el docente y hacia el centro, puede llegar a ser una carga demasiado grande para los docentes. Especialmente durante las épocas de exámenes y cuando un docente da clase en múltiples cursos se junta en dos semanas la necesidad de, para cientos de alumnos, corregir sus exámenes, realizar un informe individualizado sobre su actitud y progreso durante la evaluación, subir todos los datos a ambas plataformas, y lidiar con cualquier imprevisto que pueda surgir en ese tiempo.

Por esto se propone reducir la carga del docente para mantener la comunicación tan exhaustiva entre tutores y docentes que se ha creado. Esto se puede conseguir diseñando una única plataforma que tenga la funcionalidad de ambas plataformas actuales a la vez, o reduciendo la necesidad de realizar un informe individualizado a una vez cada dos evaluaciones en vez de cada una.

Resolución de Conflictos

En ocasiones hay algún curso o alumno especialmente problemático con el que no es posible tratar simplemente mediante advertencias, y hay que escalar el nivel necesario para la resolución del conflicto. En estas ocasiones se ha notado una falta de herramientas por parte del

docente para lidiar con este tipo de situaciones, siendo normalmente la única solución escalar el problema al Jefe de Estudios o al Director del centro.

Se propone proporcionar algunas herramientas al docente para poder lidiar con este tipo de situaciones sin necesidad de escalarlas. Otra posible opción para mejorar esta situación podría ser la implementación de un aula de convivencia con una persona concreta designada para la resolución de este tipo de situaciones, de la cual el centro todavía no dispone y la cual hablando con los docentes del centro sería muy bien recibida.

Tabla resumen

En la Tabla 1 se presenta un resumen de las mejoras propuestas para cada uno de los campos.

Tabla 1

Mejoras propuestas para la programación del centro

Campo	Mejora
Actividades	Desglosar el desarrollo de las sesiones con mayor detalle, con más de una frase corta por sesión.
Temporalización	Añadir una o dos sesiones vacías entre las unidades para poder utilizar en el caso de que surja algún imprevisto.
Atención a la diversidad	Proporcionar ejemplos o consejos para el trato de las necesidades específicas más comunes.

Campo	Mejora
Evaluación y calificación	Proporcionar más rúbricas y herramientas de evaluación menos centradas en la realización de una prueba escrita.
Comunicación con tutores de alumnos	Crear una única plataforma a través de la que realizar todos los trámites y las comunicaciones, y reducir la carga durante las épocas de exámenes.
Resolución de conflictos	Proporcionar herramientas a los docentes para amonestar a los alumnos en caso de ser necesario, e implementar un aula de convivencia con personal designado.

Secuencia de los Contenidos, Competencias, Metodología, Evaluación y Elementos Transversales

En esta sección se enmarcan los contenidos, las competencias y la evaluación para el grupo-clase que concierne a este TFM englobado en el curso de 1º de Bachillerato, y se procede a realizar una propuesta de programación.

Bloques de Contenidos

Son de especial importancia el Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato, y el Decreto 87/2015, que desarrolla el currículo a nivel autonómico en la Comunidad Valenciana. Así, se indica que “el sentido de esta materia en el Bachillerato continúa siendo en buena medida experiencial, aumentando gradualmente el nivel de abstracción y razonamiento. Para desarrollarla se han

agrupado los contenidos en cinco bloques: Procesos, métodos y actitudes matemáticas, Números y álgebra, Análisis, Geometría, y Estadística y probabilidad. Hay que resaltar las múltiples e intensas conexiones que hay entre los contenidos de los distintos bloques. Los contenidos se detallan en cada bloque y en cada curso, de forma que se amplía el tipo de contenidos o los procesos en los que aparecen”.

Tabla 2

Bloques de contenidos para la asignatura Matemáticas I

Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	Bloque II: Números y álgebra
	Bloque III: Geometría
	Bloque IV: Análisis
	Bloque V: Estadística y probabilidad

Notar que el Bloque I es el eje central del resto de los bloques de contenidos, y se trabaja al mismo tiempo que alguno de los otros bloques. En este bloque se establecen los contenidos correspondientes a la resolución de problemas, la investigación matemática, la planificación y modelización de proyectos, y el uso de los medios y recursos adecuados para cada situación. En los demás bloques se establecen contenidos correspondientes al ámbito matemático de ese bloque, y están generalmente más centrados en la base teórica de dicho ámbito.

Perfil de Salida

En la LOMLOE se introduce el perfil de salida de los alumnos. Tal y como se indica en el Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato, “el perfil de salida del alumnado al término de la enseñanza básica es la herramienta en la que se concretan los principios y los fines del sistema educativo español

referidos a dicho periodo. El Perfil identifica y define, en conexión con los retos del siglo XXI, las competencias clave que se espera que los alumnos y alumnas hayan desarrollado al completar esta fase de su itinerario formativo”.

Así, siguiendo lo indicado en el Real Decreto mencionado, los alumnos deberán acabar el Bachillerato habiendo adquirido los conocimientos y valores enumerados en la Tabla 3, con el fin de poder hacer frente a los retos y desafíos de la sociedad actual.

Tabla 3

Aprendizajes adquiridos según el perfil de salida

1	Desarrollar una actitud responsable a partir de la toma de conciencia de la degradación del medioambiente y del maltrato animal basada en el conocimiento de las causas que los provocan, agravan o mejoran, desde una visión sistémica, tanto local como global.
2	Identificar los diferentes aspectos relacionados con el consumo responsable, valorando sus repercusiones sobre el bien individual y el común, juzgando críticamente las necesidades y los excesos y ejerciendo un control social frente a la vulneración de sus derechos.
3	Desarrollar estilos de vida saludable a partir de la comprensión del funcionamiento del organismo y la reflexión crítica sobre los factores internos y externos que inciden en ella, asumiendo la responsabilidad personal y social en el cuidado propio y en el cuidado de las demás personas, así como en la promoción de la salud pública.
4	Desarrollar un espíritu crítico, empático y proactivo para detectar situaciones de inequidad y exclusión a partir de la comprensión de las causas complejas que las originan.
5	Entender los conflictos como elementos connaturales a la vida en sociedad que deben resolverse de manera pacífica.
6	Analizar de manera crítica y aprovechar las oportunidades de todo tipo que ofrece la sociedad actual, en particular las de la cultura en la era digital, evaluando sus beneficios

	y riesgos y haciendo un uso ético y responsable que contribuya a la mejora de la calidad de vida personal y colectiva.
7	Aceptar la incertidumbre como una oportunidad para articular respuestas más creativas, aprendiendo a manejar la ansiedad que puede llevar aparejada.
8	Cooperar y convivir en sociedades abiertas y cambiantes, valorando la diversidad personal y cultural como fuente de riqueza e interesándose por otras lenguas y culturas.
9	Sentirse parte de un proyecto colectivo, tanto en el ámbito local como en el global, desarrollando empatía y generosidad.
10	Desarrollar las habilidades que le permitan seguir aprendiendo a lo largo de la vida, desde la confianza en el conocimiento como motor del desarrollo y la valoración crítica de los riesgos y beneficios de este último.

Competencias Clave

Como se indica en el Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, las competencias clave son los “desempeños que se consideran imprescindibles para que el alumnado pueda progresar con garantías de éxito en su itinerario formativo, y afrontar los principales retos y desafíos globales y locales”. Son la adaptación al sistema educativo español de las competencias clave establecidas en la Recomendación del Consejo de la Unión Europea, de 22 de mayo de 2018, relativa a las competencias clave para el aprendizaje permanente”. Una adquisición correcta de las competencias clave ayuda a obtener una inclusión social positiva y fomenta la futura obtención de empleo de los alumnos.

Se definen un total de ocho competencias clave relacionadas con distintos ámbitos y habilidades, las cuales se enumeran y definen en la Tabla 4.

Tabla 4*Siglas, nombre y definición de las competencias clave*

Siglas	Nombre	Definición
CCL	Competencia en Comunicación Lingüística	Resultado de una acción comunicativa donde el individuo actúa con otros interlocutores y a través de textos en múltiples modalidades, formatos y soportes.
CP	Competencia Plurilingüe	Implica utilizar distintas lenguas de forma adecuada para la comunicación y el aprendizaje, tanto orales como escritas.
STEM	Competencia Matemática y Competencia en Ciencia, Tecnología e Ingeniería	Entraña la comprensión del mundo utilizando los métodos científicos, el pensamiento y representación matemáticos, la tecnología y los métodos de la ingeniería para transformar el entorno de forma comprometida, responsable y sostenible.
CD	Competencia Digital	Implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación para alcanzar los objetivos establecidos.
CPSAA	Competencia Personal, Social y de Aprender a Aprender	Implica la capacidad de reflexionar sobre uno mismo para autoconocerse, aceptarse y promover un crecimiento personal constante, gestionar el tiempo y la información eficazmente, colaborar con otros de forma constructiva, mantener la resiliencia, y gestionar el aprendizaje a lo largo de la vida. Incluye también la capacidad de hacer frente a la incertidumbre y a la complejidad, adaptarse a los cambios, y aprender a gestionar los procesos metacognitivos
CC	Competencia Ciudadana	Contribuye a que alumnos y alumnas puedan ejercer una ciudadanía responsable y participar plenamente

Siglas	Nombre	Definición
		en la vida social y cívica, basándose en la comprensión de los conceptos y las estructuras sociales, económicas, jurídicas y políticas, así como en el conocimiento de los acontecimientos mundiales y el compromiso activo con la sostenibilidad y el logro de una ciudadanía mundial
CE	Competencia Emprendedora	Capacidad de transformar las ideas en actos. Se requiere la capacidad de reconocer las oportunidades existentes para las actividades y situaciones personales y globales.
CCEC	Competencia en Conciencia y Expresión Culturales	Implica conocer, comprender, apreciar y valorar, con espíritu crítico y una actitud abierta y respetuosa, las diferentes manifestaciones culturales y artísticas, utilizarlas como fuente de enriquecimiento y disfrute personal y considerarlas como parte de la riqueza y patrimonio de los pueblos.

La importancia de la adquisición de estas competencias clave se ha observado en numerosos estudios. Uno de ellos es el dirigido por Garrido, M. C. D., Fernández, R. G., Rivilla, A. M. M., y González, M. L. C. (2022), en el que se ha observado que “los resultados evidencian el valor que tienen las competencias en la mejora del desarrollo profesional docente y la potencialidad formativa de las competencias clave para el estudiantado de bachillerato”.

Es por ello que es vital introducir formas de que los alumnos adquieran las competencias clave. A continuación se detalla cómo se puede obtener cada una en las sesiones de la asignatura Matemáticas I:

- **Competencia en Comunicación Lingüística:** Se puede desarrollar promoviendo una comunicación escrita y oral correcta y adecuada. Además se desarrolla mediante trabajos o proyectos realizados en grupo, y mediante la respuesta de cuestiones planteadas durante las sesiones. También se puede pedir que se muestren algunos resultados obtenidos en forma de una presentación por parte de los alumnos. Por último, la introducción en bachillerato a un lenguaje matemático más formal colabora también al desarrollo de una comunicación lingüística más precisa y correcta.
- **Competencia Plurilingüe:** Mediante la realización de algunos proyectos y actividades en otro lengua distinto al de la asignatura, como puede ser el inglés, los alumnos pueden aprender otros idiomas de una forma más transversal y enriquecedora. Además, al ver el uso de los otros idiomas en otro contexto distinto al de la asignatura del idioma correspondiente, lo pueden empezar a ver menos como una herramienta específica de una materia concreta del colegio y más como la herramienta transversal aplicable a todos los ámbitos de la vida que es.
- **Competencia Matemática y Competencia en Ciencia, Tecnología e Ingeniería:** Al ser la asignatura de Matemáticas I, esta competencia se desarrolla con prácticamente todas las acciones de la materia: La adquisición de conocimientos matemáticos y de una visión matemática del mundo, su relación con otras materias y su aplicación a situaciones profesionales reales, etc.
- **Competencia Digital:** Mediante la implementación de herramientas digitales durante las sesiones se fomenta su uso y comprensión por parte de los alumnos. Además, mediante algunos métodos de evaluación como puede ser la realización de ejercicios evaluables de manera autónoma por parte de los alumnos en sus casas, se fomenta el

uso de las herramientas tecnológicas y digitales para la comprobación del resultado de sus cálculos, o la resolución autónoma de las dudas que les puedan surgir.

- **Competencia Personal, Social y de Aprender a Aprender:** Aprender a aprender es una herramienta fundamental para el aprendizaje permanente a lo largo de la vida, y es imperativo fomentar esta competencia y potenciarla todo lo posible. Así, se utilizan diversos métodos para poder potenciar esta competencia en los alumnos. Se proporcionan y sugieren varios métodos de estudio y aprendizaje para que cada uno encuentre el que mejor se adecúe a su personalidad y le resulte más efectivo. Además se ofrecen consejos respecto a la planificación a la hora de empezar un estudio autónomo, y se incorporan varios elementos en la evaluación que fomentan el estudio continuo y estructurado de los contenidos vistos a lo largo del curso.
- **Competencia ciudadana:** La competencia ciudadana se pueden desarrollar durante todas las sesiones sirviendo el docente como un modelo a seguir para los alumnos sobre cómo comportarse correctamente. Además, se pueden incluir problemas y ejercicios con contextos sociales y cívicos, tratando temas relacionados por ejemplo con los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la Agenda 2030 establecida por la Organización de las Naciones Unidas, u otros temas similares.
- **Competencia Emprendedora:** Se desarrolla mediante el trabajo en proyectos y situaciones de la vida real se puede fomentar la iniciativa y el interés por parte de los alumnos. Además, se les proporcionan herramientas para la resolución de estos problemas, y se proponen de forma que sean ellos los que tengan que tomar una decisión basada en los datos de la situación real que se le haya propuesto en cada problema correspondiente.

- **Competencia en Conciencia y Expresión Culturales:** Aprovechando la colaboración del centro con proyectos como Erasmus+ y los intercambios con otros países que se realizan a lo largo del curso, se utilizarán estas oportunidades para que los alumnos conozcan otras culturas y aprendan a valorarlas y respetarlas. Además, se puede usar la historia de las matemáticas, especialmente del álgebra, como puente para mostrar a los alumnos aún más culturas diferentes.

Competencias Específicas

Siguiendo el Decreto 108/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el que se establecen la ordenación y el currículo de Bachillerato, las competencias específicas se definen como los “desempeños que el alumnado debe poder desplegar en actividades o en situaciones cuyo abordaje requiere de los saberes básicos de cada materia”. Además, también “constituyen un elemento de conexión entre, por una parte, las competencias clave y, por otra, los saberes básicos de las materias y los criterios de evaluación”.

La importancia de las competencias específicas la educación es fundamental. Montes, C. P. G. (2023) las presenta como “el foco de la programación docente, por ser el punto donde confluyen el reto de elementos y por ser el punto de evaluación sobre el que se basan las decisiones docentes a nivel de materia”.

En la tabla 5 se enumeran las competencias específicas correspondientes a la asignatura de Matemáticas I, así como los criterios de evaluación asociados y las competencias clave con las que se conecta cada una:

Tabla 5

Competencias específicas, sus criterios de evaluación, y las competencias clave ligadas

Competencia Específica	Criterios de Evaluación	Competencias Clave
CE 1 Modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para obtener posibles soluciones.	1.1 Manejar algunas estrategias y herramientas, incluidas las digitales, en la modelización y resolución de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, evaluando su eficiencia en cada caso.	STEM CD CPSAA CE
	1.2 Obtener todas las posibles soluciones matemáticas de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, describiendo el procedimiento utilizado.	
CE 2 Verificar la validez de las posibles soluciones de un problema empleando el razonamiento y la argumentación para contrastar su idoneidad.	2.1 Comprobar la validez matemática de las posibles soluciones de un problema, utilizando el razonamiento y la argumentación.	STEM CD CPSAA CC CE
	2.2 Seleccionar la solución más adecuada de un problema en función del contexto (de sostenibilidad, de consumo responsable, equidad...), usando el razonamiento y la argumentación.	
CE 3 Formular o investigar conjeturas o problemas, utilizando el razonamiento, la argumentación, la creatividad y el uso de herramientas tecnológicas, para	3.1 Adquirir nuevo conocimiento matemático a partir de la formulación de conjeturas y problemas de forma guiada.	STEM CD CE
	3.2	

Competencia Específica	Criterios de Evaluación	Competencias Clave
generar nuevo conocimiento matemático.	Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la formulación o investigación de conjeturas o problemas.	
CE 4	4.1	STEM
Utilizar el pensamiento computacional de forma eficaz, modificando, creando y generalizando algoritmos que resuelvan problemas mediante el uso de las matemáticas, para modelizar y resolver situaciones de la vida cotidiana y del ámbito de la ciencia y la tecnología.	Interpretar, modelizar y resolver situaciones problematizadas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, utilizando el pensamiento computacional, modificando y creando algoritmos.	CD CE
CE 5	5.1	STEM
Establecer, investigar y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas estableciendo vínculos entre conceptos, procedimientos, argumentos y modelos para dar significado y estructurar el aprendizaje matemático.	Manifestar una visión matemática integrada, investigando y conectando las diferentes ideas matemáticas.	CD CCEC
	5.2	
	Resolver problemas en contextos matemáticos, estableciendo y aplicando conexiones entre las diferentes ideas matemáticas.	
CE 6	6.1	STEM
Descubrir los vínculos de las matemáticas con otras áreas de conocimiento y profundizar en sus conexiones, interrelacionando conceptos y procedimientos, para modelizar, resolver problemas y	Resolver problemas en situaciones diversas, utilizando procesos matemáticos, estableciendo y aplicando conexiones entre el mundo real, otras áreas de conocimiento y las matemáticas.	CD CPSAA CC CE CCEC

Competencia Específica	Criterios de Evaluación	Competencias Clave
desarrollar la capacidad crítica, creativa e innovadora en situaciones diversas.	<p>6.2</p> <p>Analizar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad, reflexionando sobre su contribución en la propuesta de soluciones a situaciones complejas y a los retos científicos y tecnológicos que se plantean en la sociedad.</p>	
<p>CE 7</p> <p>Representar conceptos, procedimientos e información matemáticos seleccionando diferentes tecnologías, para visualizar ideas y estructurar razonamientos matemáticos.</p>	<p>7.1</p> <p>Representar ideas matemáticas, estructurando diferentes razonamientos matemáticos y seleccionando las tecnologías más adecuadas.</p> <p>7.2</p> <p>Seleccionar y utilizar diversas formas de representación, valorando su utilidad para compartir información.</p>	<p>STEM</p> <p>CD</p> <p>CE</p> <p>CCEC</p>
<p>CE 8</p> <p>Comunicar las ideas matemáticas, de forma individual y colectiva, empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados, para organizar y consolidar el pensamiento matemático.</p>	<p>8.1</p> <p>Mostrar organización al comunicar las ideas matemáticas empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados.</p> <p>8.2</p> <p>Reconocer y emplear el lenguaje matemático en diferentes contextos, comunicando la información con precisión y rigor.</p>	<p>CCL</p> <p>CP</p> <p>STEM</p> <p>CD</p> <p>CCEC</p>
<p>CE 9</p> <p>Utilizar destrezas personales y sociales, identificando y</p>	<p>9.1</p> <p>Afrontar las situaciones de incertidumbre identificando y</p>	<p>CP</p> <p>STEM</p> <p>CPSAA</p>

Competencia Específica	Criterios de Evaluación	Competencias Clave
gestionando las propias emociones, respetando las de los demás y organizando activamente el trabajo en equipos heterogéneos, aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje y afrontando situaciones de incertidumbre, para perseverar en la consecución de objetivos en el aprendizaje de las matemáticas.	<p>gestionando emociones y aceptando y aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>9.2</p> <p>Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando y aprendiendo de la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>9.3</p> <p>Participar en tareas matemáticas de forma activa en equipos heterogéneos, respetando las emociones y experiencias de los demás, escuchando su razonamiento, identificando las habilidades sociales más propicias y fomentando el bienestar grupal y las relaciones saludables.</p>	CC CE

Temporalización

Siguiendo la normativa para Bachillerato en la Comunitat Valenciana, la materia de Matemáticas I se imparte 4 horas por semana, las cuales tienen lugar los lunes, martes, jueves y viernes. Esto da un total de 138 sesiones de Matemáticas I a lo largo del curso académico, sin descontar cualquier actividad o excursión que pueda disminuir esta cantidad.

Se ha dividido la materia en un total de 13 unidades de programación. En la Tabla 6 se muestra la distribución de sesiones por cada unidad de programación, y la distribución de las unidades de programación en cada bloque de contenido definido anteriormente. Notar que en la columna correspondiente a las sesiones se indican dos números: El primero corresponde a la cantidad de sesiones dedicadas a la unidad de programación, y el segundo es el número de sesiones en blanco que se cuentan después de las establecidas para la unidad de programación para poder ajustar la temporalización en el caso de que haya algún retraso o circunstancia inesperada, como se ha indicado en el análisis y crítica de la programación del centro.

Tabla 6

Unidades de programación organizadas por bloques de contenidos, con las sesiones a cada una

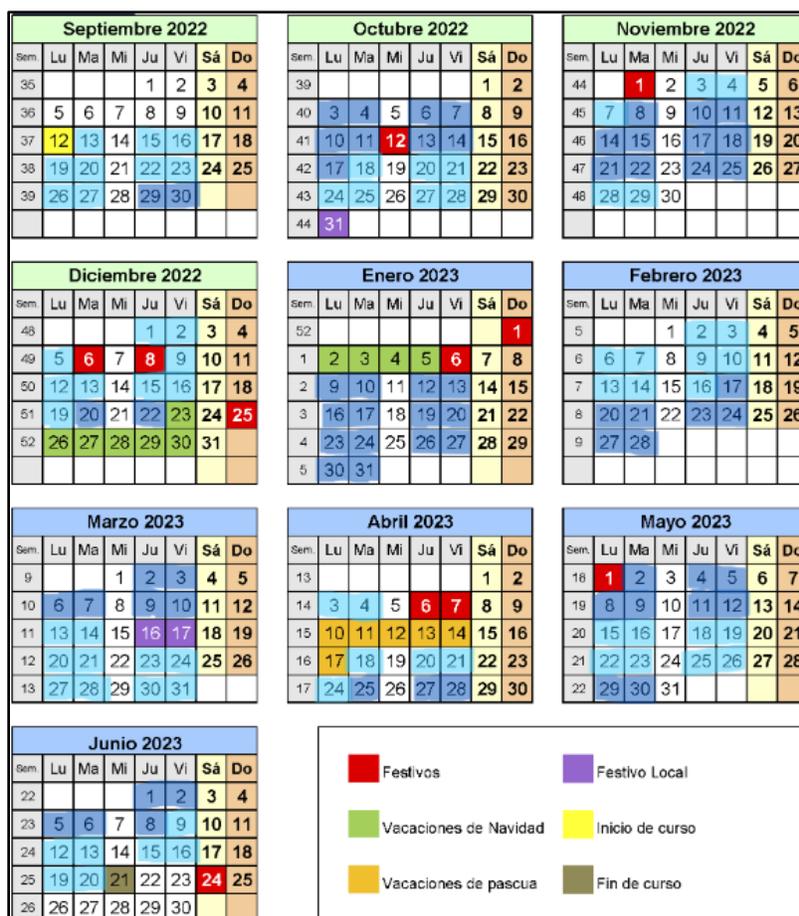
Bloque		Unidad de Programación	Sesiones
Bloque I: Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque II: Números y Álgebra	UD1: Números reales.	8 + 1
		UD2: Matrices.	10 + 1
		UD3: Inecuaciones.	8 + 2
	Bloque III: Geometría	UD4: Trigonometría.	8 + 1
		UD5: Vectores.	10 + 1
		UD6: Geometría analítica.	14 + 2
	Bloque IV: Análisis	UD7: Números complejos.	8 + 1
		UD8: Límites de funciones y continuidad.	12 + 1
		UD9: Derivadas.	14 + 2
		UD10: Funciones elementales.	9 + 1
			UD11: Introducción a integración.

Bloque	Unidad de Programación	Sesiones
Bloque V: Estadística y Probabilidad	UD12: Distribuciones bidimensionales.	6 + 1
	UD13: Probabilidad.	5 + 2

El calendario en la Figura 2 muestra la distribución temporal de cada unidad de programación, los festivos, y las actividades del centro a lo largo de todo el curso académico. Las unidades de programación se muestran alternadamente en azul claro y oscuro.

Figura 2

Calendarización del curso académico 2022-2023 para la asignatura Matemáticas I



Saberes Básicos

El Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, define los saberes básicos en el artículo 2.e como los “conocimientos, destrezas y actitudes que constituyen los contenidos propios de una materia o ámbito cuyo aprendizaje es necesario para la adquisición de las competencias específicas”. En el caso de la asignatura de Matemáticas I, los saberes básicos se recogen en un total de 5 sentidos: Sentido numérico, sentido de la medida, sentido espacial, sentido algebraico, sentido estocástico, y sentido socioafectivo. Dentro de cada uno de ellos se reconocen varias subsecciones:

Sentido Numérico

- Sentido de las operaciones:
 - Adición y producto escalar de vectores: propiedades y representaciones.
 - Estrategias para operar con números reales y vectores: cálculo mental o escrito en los casos sencillos y con herramientas tecnológicas en los casos más complicados.
- Relaciones:
 - Los números complejos como soluciones de ecuaciones polinómicas que carecen de raíces reales. Conjunto de vectores: estructura, comprensión y propiedades.

Sentido de la Medida

- Medición:
 - Cálculo de longitudes y medidas angulares: uso de la trigonometría.
 - La probabilidad como medida de la incertidumbre asociada a fenómenos aleatorios.
- Cambio:
 - Límites: estimación y cálculo a partir de una tabla, un gráfico o una expresión algebraica.
 - Continuidad de funciones: aplicación de límites en el estudio de la continuidad.
 - Derivada de una función: definición a partir del estudio del cambio en diferentes contextos.

Sentido Espacial

- Formas geométricas de dos dimensiones:
 - Objetos geométricos de dos dimensiones: análisis de las propiedades y determinación de sus atributos.
 - Resolución de problemas relativos a objetos geométricos en el plano representados con coordenadas cartesianas.
- Localización y sistemas de representación:
 - Relaciones de objetos geométricos en el plano: representación y exploración con ayuda de herramientas digitales.
 - Expresiones algebraicas de objetos geométricos: selección de la más adecuada en función de la situación a resolver.
- Visualización, razonamiento y modelización geométrica:
 - Representación de objetos geométricos en el plano mediante herramientas digitales.
 - Modelos matemáticos (geométricos, algebraicos, grafos...) en la resolución de problemas en el plano. Conexiones con otras disciplinas y áreas de interés.
 - Conjeturas geométricas en el plano: validación por medio de la deducción y la demostración de teoremas.
 - Modelización de la posición y el movimiento de un objeto en el plano mediante vectores.

Sentido Algebraico

- Patrones:
 - Generalización de patrones en situaciones sencillas.
- Modelo matemático:
 - Relaciones cuantitativas en situaciones sencillas: estrategias de identificación y determinación de la clase o clases de funciones que pueden modelizarlas.
 - Ecuaciones, inecuaciones y sistemas: modelización de situaciones en diversos contextos.
- Igualdad y desigualdad:
 - Resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones no lineales en diferentes contextos.
- Relaciones y funciones:
 - Análisis, representación gráfica e interpretación de relaciones mediante herramientas tecnológicas.
 - Propiedades de las distintas clases de funciones, incluyendo, polinómicas, exponenciales, irracionales, racionales sencillas, logarítmicas, trigonométricas y a trozos: comprensión y comparación.
 - Álgebra simbólica en la representación y explicación de relaciones matemáticas de la ciencia y la tecnología.
- Pensamiento computacional:

- Formulación, resolución y análisis de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología utilizando herramientas o programas adecuados.
- Comparación de algoritmos alternativos para el mismo problema mediante el razonamiento lógico.

Sentido Estocástico

- Organización y análisis de datos:
 - Organización de los datos procedentes de variables bidimensionales: distribución conjunta y distribuciones marginales y condicionadas. Análisis de la dependencia estadística.
 - Estudio de la relación entre dos variables mediante la regresión lineal y cuadrática: valoración gráfica de la pertinencia del ajuste. Diferencia entre correlación y causalidad.
 - Coeficientes de correlación lineal y de determinación: cuantificación de la relación lineal, predicción y valoración de su fiabilidad en contextos científicos y tecnológicos.
 - Calculadora, hoja de cálculo o software específico en el análisis de datos estadísticos.
- Incertidumbre:
 - Calculadora, hoja de cálculo o software específico en el análisis de datos estadísticos.
 - Cálculo de probabilidades en experimentos simples: la regla de Laplace en situaciones de equiprobabilidad y en combinación con diferentes técnicas de recuento.
- Inferencia:
 - Análisis de muestras unidimensionales y bidimensionales con herramientas tecnológicas con el fin de emitir juicios y tomar decisiones.

Sentido Socioafectivo

- Creencias, actitudes y emociones:
 - Destrezas de autoconciencia encaminadas a reconocer emociones propias, afrontando eventuales situaciones de estrés y ansiedad en el aprendizaje de las matemáticas.
 - Tratamiento del error, individual y colectivo como elemento movilizador de saberes previos adquiridos y generador de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas.
- Trabajo en equipo y toma de decisiones:
 - Reconocimiento y aceptación de diversos planteamientos en la resolución de problemas y tareas matemáticas, transformando los enfoques de los demás en

Sentidos	Unidades de Programación												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Des- e igualdades	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Funciones		X	X	X			X	X	X	X	X		
Computación		X	X				X	X	X	X	X	X	X
Sentido estocástico													
Análisis de datos												X	X
Incertidumbre												X	X
Inferencia												X	X
Sentido socioafectivo													
Creencias, actitudes	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Trabajo en equipo	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Inclusión, respeto	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Metodología

Como se ha mencionado anteriormente, la implementación de metodologías innovadoras que cambien drásticamente el transcurso de las sesiones se suele evitar en los cursos de Bachillerato. Esto se debe a la importancia que tienen tanto los contenidos aprendidos como las calificaciones obtenidas por parte de los alumnos para poder posteriormente decidir su futuro. Es por ello por lo que los docentes muestran una mayor reticencia hacia el uso de metodologías más modernas y experimentales en comparación con otros niveles de educación, prefiriendo generalmente el uso de métodos cuya eficacia ya se ha demostrado.

Sin embargo, tampoco se considera aceptable la estagnación durante años sin el uso de las herramientas actuales. Es trabajo de todos los profesionales docentes el uso correcto de todas las herramientas disponibles necesarias con el fin de maximizar el aprendizaje, tanto intelectual como social, de los alumnos. Esto es especialmente cierto tras la gran cantidad de estudios

recientes mostrando los beneficios que aportan las metodologías activas al proceso de enseñanza-aprendizaje. Bravo-Cobeña, G. T., y Viguera-Moreno, J. A. (2021) analizaron la influencia de las metodologías activas en este proceso, y tras recolectar datos mediante técnicas de observación y encuesta, estos datos “permitieron concluir que se favorece el proceso de enseñanza aprendizaje, porque existe una motivación y desarrollo en la creatividad de los estudiantes”.

Es por ello que, a pesar de no proponerse algunas metodologías actuales como la “flipped classroom” o similares por considerarse un cambio demasiado brusco que puede dar resultados contraproducentes en los cursos de Bachillerato, sí que se proponen otras metodologías que pueden implementarse gradualmente para mejorar el nivel de la educación del centro y empezar una transición hacia metodologías más activas.

Trabajo Colaborativo

El trabajo colaborativo es una metodología en la que los alumnos forman grupos de trabajo a los que se les proporciona un objetivo común. Para poder llegar al objetivo es necesario no sólo el conocimiento individual de cada uno, también la colaboración de todos los miembros del grupo. Este tipo de metodología proporciona numerosos beneficios, tanto respecto a la adquisición de conocimientos teóricos como en cuanto a las destrezas sociales de los alumnos.

En un estudio financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación y llevado a cabo por Cabezas González, M., Casillas Martín, S., y Hernández Martín, A. (2016), las conclusiones obtenidas muestran que “los alumnos estuvieron totalmente integrados en las tareas, más activos y más motivados. Los estudiantes fueron mucho más autónomos, trabajaron solos con la ayuda

de la profesora. Por otro lado, hubo una mayor interacción entre alumnos y profesor. Podemos afirmar que adquirieron las competencias deseadas”.

En relación con los beneficios intelectuales, el hecho de trabajar en un mismo tema con compañeros de clase motiva a los alumnos más que una clase magistral y hace que adquieran los conocimientos de una forma más amena. Además, los alumnos se pueden sentir más cómodos preguntando las dudas que les surjan a sus compañeros, los cuales pueden resolverlas desde un punto de vista más cercano a la situación del alumno. Esto también fomenta el aprendizaje de los propios alumnos, pues explicar un concepto a otra persona es una forma muy efectiva de interiorizarlo.

En relación con los beneficios sociales, los alumnos adquieren capacidades de respeto y tolerancia hacia los demás miembros del grupo. Además aprenden a ser empáticos al tener cada miembro del grupo unos puntos fuertes y débiles distintos a los de los demás. Esto también fomenta la asertividad y capacidad de liderazgo, especialmente en los temas en los que uno se siente más seguro que los demás miembros del grupo al ser su punto fuerte y puede colaborar más.

Esta metodología es muy flexible a la hora de implementarla en una sesión y permite al docente tener un gran grado de control. Una posibilidad es implementarla durante la segunda mitad de una sesión para que los alumnos practiquen y afiancen los contenidos teóricos vistos en la primera mitad. Otra posibilidad es su implementación en una o varias sesiones completas, proporcionando a los alumnos un objetivo de una dificultad mayor que deban alcanzar autónomamente, reforzando e interiorizando los contenidos necesarios en el proceso.

Aprendizaje Basado en Problemas

El aprendizaje basado en problemas es una metodología que utiliza la resolución de problemas, generalmente abiertos, para que los alumnos desarrollen tanto los contenidos teóricos correspondientes como competencias personales y de aprendizaje autónomo, mediante la búsqueda de soluciones. Esta es una metodología altamente flexible, permitiendo su incorporación a las clases tanto en periodos cortos y rápidos como a lo largo de varias sesiones. Además la forma de realización también está a la discreción del profesor, pudiendo por ejemplo permitirse y fomentar el uso de dispositivos digitales para la búsqueda de la información necesaria, o siendo el propio docente el encargado de proporcionar cualquier información necesaria. Los problemas propuestos también pueden ayudar a desarrollar otras competencias, y se fomenta que el docente incorpore la interdisciplinariedad y la relación con situaciones reales en los problemas propuestos.

Como estudiaron Ramírez, A. X. V., y Papahiu, P. C. (2020), el aprendizaje basado en problemas es “una estrategia de enseñanza que ha mostrado promover la motivación y habilidades que inciden en el aprendizaje significativo de contenidos curriculares. Los resultados señalan mejoras significativas en el aprendizaje de contenidos y el trabajo colaborativo”.

Esta metodología también aporta otras numerosas ventajas para los alumnos. La principal es que es el propio alumnado el que descubre los conocimientos que le permiten solucionar los problemas propuestos. Esto, además de ayudar a la adquisición de dichos conocimientos, le otorga al alumno un sentimiento de motivación y realización cuando consiguen alcanzar el resultado correcto por su cuenta. Además, fomenta el pensamiento crítico y la autoevaluación, y ayuda a desarrollar una búsqueda y manejo de la información ordenado y eficaz. Y aunque esto no tenga un impacto inmediato en los alumnos, esta metodología es muy similar al método de

trabajo en muchas empresas y profesiones del mundo real, haciendo que los alumnos estén mejor preparados en su futura incorporación laboral.

Evaluación y Calificación

Siguiendo el Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato, se indica que “la evaluación en esta etapa será continua y diferenciada según las distintas materias, por lo que se encomienda al profesorado de cada una de ellas decidir, al término del curso, si el alumno o alumna ha alcanzado el adecuado grado de adquisición de las competencias correspondientes”.

Evaluación Inicial

La primera sesión del curso se proporcionará una prueba escrita para evaluar el nivel general de la clase. La prueba escrita constará de una o dos preguntas para cada una de las unidades de programación vistas en el curso anterior, las cuales se espera que ya hayan estudiado.

Al realizarse después de las vacaciones de verano no es realista pensar que los alumnos van a recordar todos los conceptos y algoritmos vistos a lo largo del año anterior. Por ello, para cada pregunta se propondrán cuatro posibles respuestas, cada una detallando el esquema de una forma de resolver la pregunta propuesta. Los alumnos deben marcar la respuesta que muestre la resolución correcta a la pregunta correspondiente, centrándose así la prueba de nivel más en que los alumnos recuerden las ideas y métodos vistos más que en los conceptos memorísticos.

Instrumentos de Evaluación

Los instrumentos de evaluación permiten a los docentes valorar de una manera objetiva y equitativa a todos los alumnos. Mediante la incorporación de instrumentos de evaluación diversos se consigue una mejor evaluación de la labor de los alumnos en cuanto a las actividades realizadas a lo largo del curso. Como se indica en el Real Decreto mencionado, se buscará que los instrumentos de evaluación “permitan la valoración objetiva de todo el alumnado, y que garanticen, asimismo, que las condiciones de realización de los procesos asociados a la evaluación se adaptan a las necesidades del alumnado”.

En la tabla 8 se enumeran los distintos instrumentos de evaluación que se utilizan a lo largo del curso, una breve descripción, y su peso a la hora de calcular la calificación final de los alumnos.

Tabla 8

Instrumentos de evaluación utilizados y el peso dado a cada uno

Instrumento	Descripción	Peso
Evaluación continua	Evaluación del docente sobre la actitud, comportamiento e interés mostrado por cada alumno a lo largo del curso.	5%
Ejercicios evaluables	Realización de los ejercicios evaluables que se entrega a los alumnos para su realización autónoma y posterior entrega al docente.	15%
Realización de proyectos	Realización de los proyectos y actividades propuestos durante las sesiones.	10%
Pruebas escritas	Realización de pruebas escritas.	70%

Así pues, la fórmula utilizada para calcular la calificación final de cada alumno es la siguiente:

- **Calificación final** = $(0.7 \cdot \text{PruebasEscritas}) + (0.15 \cdot \text{EjerciciosEvaluables})$
 $+ (0.1 \cdot \text{RealizaciónProyectos}) + (0.05 \cdot \text{EvaluaciónContinua})$

Instrumentos de Recuperación

Aquellos alumnos que no superen la evaluación podrán, a lo largo del siguiente trimestre (o durante la semana siguiente a la calificación del instrumento de evaluación correspondiente en el caso de ser el último trimestre del curso):

- En el caso de haber suspendido la prueba escrita, podrán realizar una segunda prueba escrita tratando los mismos contenidos.
- En el caso de haber suspendido los ejercicios evaluables, podrán realizar una nueva entrega de ejercicios evaluables propuesta por el profesor.
- En el caso de haber suspendido la realización de proyectos, podrán realizar un nuevo proyecto propuesto por el profesor, que constará también de una presentación individual detallando los resultados.
- La evaluación continua no es posible recuperarla.

Las calificaciones obtenidas mediante los instrumentos de recuperación se sustituyen por las obtenidas anteriormente por el correspondiente instrumento de evaluación, y la calificación final se vuelve a calcular utilizando los nuevos valores.

Evaluación Docente

Es imperativo para el docente poder recibir una retroalimentación por parte de los alumnos sobre su labor respecto a todos los ámbitos de su trabajo educativo, tanto de su forma de impartir las sesiones, como de la completitud de los materiales adicionales entregados, o de la capacidad de resolución de dudas de los alumnos, e incluso de la percepción de las pruebas

escritas realizadas. Este ciclo de retroalimentación para ir mejorando está muy a menudo infravalorado y se considera como poco necesario, a pesar de haber numerosos estudios que muestren su importancia para la labor docente. El estudio realizado por Bassante, A., Cardenas, R., y Hidalgo, W. (2020) muestra la contribución de la evaluación docente en el rendimiento académico de los alumnos, donde “se concluyó que la calidad educativa se fundamenta a través de una evaluación docente, pues esta presenta claves que fortalecen, promueven y desarrollan el aprendizaje de los estudiantes”.

Es por esto por lo que, al final de cada trimestre, se entregará a los alumnos una rúbrica para evaluar la labor del docente. La rúbrica constará de calificaciones concretas sobre cada unidad de programación trabajada en ese trimestre, además de sobre la labor del docente en general a lo largo de todo el trimestre. También se incluirán apartados más generales para evaluar de forma global el comportamiento del alumnado y la actitud del aula. Además, al final se deben dejar espacios para que los alumnos puedan escribir sus sugerencias, quejas y comentarios. Las rúbricas se deben rellenar y recoger de forma anónima para evitar miedo de los alumnos hacia posibles represalias por parte del docente si consideran que es necesario poner una evaluación negativa. Se puede encontrar un ejemplo de esta rúbrica en el posterior desarrollo de la unidad de programación.

Situaciones de Aprendizaje

Como se indica en el Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato, las situaciones de aprendizaje se definen como “situaciones y actividades que implican el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas, y que contribuyen a la adquisición y desarrollo de las mismas”. Álvarez, P. A. B. (2022) describen el objetivo de una

situación de aprendizaje como “busca que los estudiantes problematicen el saber matemático a través de un ejercicio de creación de conjeturas, las cuales finalizan en un proceso de consolidación del conocimiento. Esta experiencia busca ser un aporte al rediseño del discurso Matemático Escolar a través de una propuesta didáctica que puede ser utilizada por profesores de matemáticas en la creación de sus situaciones”.

En la unidad de programación desarrollada posteriormente a partir de la página 49 se utilizarán dos situaciones de aprendizaje, con el fin de proporcionar una contextualización necesaria a la teoría que se explica durante las sesiones, mostrar una visión de la aplicación del tema de la unidad al mundo real, y facilitar la comprensión e interiorización de los contenidos vistos.

Atención a la Diversidad

En la realidad del aula hay una gran variedad situaciones y características personales que hacen que cada alumno sea un caso único a la hora de tratar con él. Esto es especialmente cierto en el caso de los alumnos con alguna necesidad especial. En los artículos 71.2 y 73.1 de la LOMLOE se definen los alumnos con Necesidad Específica de Apoyo Educativo (NEAE) como aquellos “alumnos y alumnas que requieran una atención educativa diferente a la ordinaria, por presentar necesidades educativas especiales, por retraso madurativo, por trastornos del desarrollo del lenguaje y la comunicación, por trastornos de atención o de aprendizaje, por desconocimiento grave de la lengua de aprendizaje, por encontrarse en situación de vulnerabilidad socioeducativa, por sus altas capacidades intelectuales, por haberse incorporado tarde al sistema educativo o por condiciones personales o de historia escolar”, y se definen los alumnos con Necesidades

Educativas Especiales (NEE) como aquel “alumnado que presenta necesidades educativas especiales, aquel que afronta barreras que limitan su acceso, presencia, participación o aprendizaje, derivadas de discapacidad o de trastornos graves de conducta, de la comunicación y del lenguaje, por un periodo de su escolarización o a lo largo de toda ella, y que requiere determinados apoyos y atenciones educativas específicas para la consecución de los objetivos de aprendizaje adecuados a su desarrollo”.

Estos alumnos pueden necesitar de una atención educativa distinta a la habitual, además de la aplicación de medidas que les ayuden a incorporarse al mayor nivel de equidad e inclusión en el sistema educativo posible. La respuesta educativa para estos casos viene establecida por la Orden 20/2019, de 30 de abril, de la Conselleria de Educación, Investigación, Cultura y Deporte, por la cual se regula la organización de la respuesta educativa para la inclusión del alumnado en los centros docentes sostenidos con fondos públicos del sistema educativo valenciano. En dicha orden también se define el Plan de Actuación Personalizado (PAP) como “el documento que organiza las medidas de respuesta educativa, de acuerdo con el artículo 14 del Decreto 104/2018, para garantizar el acceso, la participación y el aprendizaje del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo que requiere determinadas medidas personalizadas”.

En cuanto a la atención a este tipo de alumnos, cada vez hay más concienciación hacia la necesidad de proporcionar una atención personalizada para conseguir su integración en el aula. Esto se analiza en el estudio dirigido por Colmenero Ruiz, M. J., Pantoja Vallejo, A., y Pegalajar Palomino, M. D. C. (2015), donde se indica que “los resultados revelan las actitudes favorables de los futuros docentes de secundaria hacia la diversidad, habiendo recibido una adecuada formación en aspectos curriculares y organizativos, capaces de lograr la plena inclusión del alumnado con necesidades educativas en el aula”.

En la Tabla 9 se presentan también los distintos niveles de respuesta educativa según el artículo 14 del Decreto 104/2018.

Tabla 9

Niveles de respuesta educativa

Nivel	Descripción
Nivel I	Está dirigido a toda la comunidad educativa y a las relaciones del centro con el entorno socio-comunitario. Lo constituyen las medidas que implican los procesos de planificación, la gestión general y la organización de los apoyos del centro
Nivel II	Está dirigido a todo el alumnado del grupo-clase. Lo constituyen las medidas generales programadas para un grupo-clase que implican apoyos ordinarios.
Nivel III	Lo constituyen las medidas dirigidas al alumnado que requiere una respuesta diferenciada, individualmente o en grupo, que implican apoyos ordinarios adicionales.
Nivel IV	Lo constituyen las medidas dirigidas al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo que requiere una respuesta personalizada e individualizada de carácter extraordinario que implique apoyos especializados adicionales.

En la Tabla 10 se detallan las medidas de actuación y atención definidas en la orden recién mencionada. Notar que en la orden se definen más medidas de las descritas en la tabla, ya que se han eliminado las que no son aplicables a este trabajo, como pueden ser aquellas específicas para cursos de la ESO u otros no correspondientes al Bachillerato.

Tabla 10

Medidas de atención organizadas por bloques según la Orden 20/2019

Bloque	Medidas
Medidas para el acceso	Adaptaciones de acceso
	Actividades complementarias y extraescolares
	Ayudas y becas al estudio
Medidas individualizadas para el aprendizaje	Adecuación personalizada de las programaciones
	Refuerzo pedagógico
	Enriquecimiento curricular
	Actuaciones y programas de enseñanza intensiva de las lenguas oficiales de la Comunitat Valenciana para el alumnado recién llegado
	Medidas para el alumnado deportista de alto nivel, de alto rendimiento o de élite
	Medidas para el alumnado que cursa enseñanzas profesionales de música y/o danza
	Adaptación curricular individual significativa (ACIS)
	Programas personalizados para la adquisición y el uso funcional de la comunicación, el lenguaje y el habla
	Exenciones de calificación en Bachillerato para el alumnado con necesidades educativas especiales
	Medidas grupales para el aprendizaje vinculadas a programas específicos
Programa de aula compartida (PAC)	
Programas formativos de cualificación básica	
Medidas de flexibilización en el inicio o duración de las etapas educativas	Permanencia de un año más en el mismo curso
	Flexibilización en la duración de la etapa del Bachillerato
Medidas para la participación	Medidas personalizadas para la participación
Procesos de transición educativa	Transición entre niveles, ciclos, etapas y modalidades de escolarización

Bloque	Medidas
Personal de apoyo a la inclusión	Personal de apoyo
	Personal especializado de apoyo
	Personal docente especializado de apoyo de Pedagogía Terapéutica y de Audición y Lenguaje
	Agentes externos
	Servicios y equipos de apoyo a la inclusión

El departamento de orientación realizará al inicio del curso las pruebas necesarias para detectar los alumnos con necesidades especiales. El profesorado del centro decidirá, una vez analizadas las necesidades presentadas por cada alumno, las medidas que se implementarán, las cuales podrán ir cambiando durante el curso para poder ajustarse mejor a las necesidades de cada alumno conforme se vea necesario.

Desarrollo de la Unidad de Programación

Introducción y Justificación

“Diseñar una unidad de programación para llevarla a la práctica, es decir, decidir qué se va a enseñar y cómo, es la actividad más importante que llevan a cabo los enseñantes, ya que a través de ella se concretan sus ideas y sus intenciones educativas” (Sanmartí, N. (2000)).

La enseñanza durante los dos cursos de la etapa de educación secundaria postobligatoria correspondiente al Bachillerato siempre ha sido de las más difíciles a la hora de implementar cambios en las metodologías utilizadas. Esto se debe a que el principal objetivo de estos dos años es preparar a los alumnos lo mejor posible para las Pruebas de Acceso a la Universidad (PAU),

un resultado con un gran impacto en el futuro de los alumnos. Por ello, el uso de clases magistrales y metodologías menos experimentales es más habitual en estos cursos que en los anteriores. El miedo de comprometer el éxito de los alumnos si una metodología nueva no da los resultados esperados favorecen el estancamiento de la enseñanza en Bachillerato.

No sólo se ve una resistencia por parte de la cautela de los docentes, sino que los alumnos también contribuyen a este fenómeno. Esto se debe principalmente a dos motivos: Primero, especialmente el último año antes de las pruebas PAU los alumnos estudian mucho por su cuenta fuera del horario escolar. Por este motivo aprecian mucho tener una base teórica sólida, comprensible y esquemática en la que poder confiar al estudiar individualmente sin un profesor delante. Esta base teórica suele ser más comprensible por parte del alumnado con metodologías más tradicionales al ser más directas y estar más acostumbrados a ellas, en vez de con metodologías más innovadoras como puede ser una “flip classroom” o similares. Segundo, hay muchas propuestas actuales que tratan de centrarse en que el alumno comprenda el contenido matemático que se está impartiendo, en vez de que memorice un algoritmo que le permita llegar a la solución aunque no entienda completamente su significado. Esta es una idea muy buena, e idealmente todos los alumnos deberían comprender los conceptos que están estudiando; pero hay que atenerse a la realidad del aula. La realidad es que en todas las clases va a haber algún alumno al que la asignatura de matemáticas no sea su punto fuerte, y que en algunos bloques de contenido tenga que recurrir a técnicas memorísticas y algorítmicas para poder obtener el mejor resultado posible. Utilizar metodologías que eliminan la parte memorística de la enseñanza es una forma de empeorar el rendimiento de estos alumnos.

Así pues, en esta unidad de programación se trata de encontrar un punto medio entre ambos puntos de vista. Se desarrollan unas sesiones que proporcionan a los alumnos una base

teórica sólida y clara en la que puedan confiar al estudiar independientemente, y que no dejan de lado un algoritmo memorístico para aquellos que lo necesiten. Pero también implementan elementos que permitan a aquellos alumnos interesados entender e interiorizar los conceptos matemáticos correspondientes y observar su aplicación e importancia en el mundo.

Contextualización

Se va a diseñar esta unidad de programación en el contexto de un curso de 1º de Bachillerato en la asignatura de Matemáticas I, y el tema que se va a tratar es el de integrales.

Tabla 11

Resumen de la unidad de programación

Unidad de Programación	Introducción a la Integración		
Curso	1º de Bachillerato	Asignatura	Matemáticas I
Sesiones	8	Fecha	15 mayo – 26 mayo
Situaciones de Aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> - ¡Construyendo el colegio! - ¿Vale la pena la compra? 		
ODS relacionados	<ul style="list-style-type: none"> - ODS 4: Educación de calidad - ODS 9: Industria, innovación e infraestructura - ODS 11: Ciudades y comunidades sostenibles 		
Bloques de Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> - Sentido numérico: Operaciones, Relaciones - Sentido de la medida: Medición, Cambio - Sentido espacial: Geometría 2D, Visualización - Sentido algebraico: Patrones, Modelización, Computación 		
Competencias Clave	CCL, CP, STEM, CD, CPSAA, CC, CE, CCEC		
Contenidos Didácticos	<ul style="list-style-type: none"> - Conceptos matemáticos avanzados - Capacidad de comprobar la corrección de una hipótesis - Generalización de algoritmos y procesos 		

	<ul style="list-style-type: none"> - Capacidad aritmética, de cálculo, y operacional - Trabajo en equipo, colaboración - Respeto y empatía
Metodologías	<ul style="list-style-type: none"> - Clase Magistral - Aprendizaje Basado en Problemas - Aprendizaje Basado en Proyectos - Trabajo Colaborativo
Actividades	<p><u>Sesión 1</u>: Introducción al concepto de integral y primitiva, idea intuitiva como inversa de la derivada, razonamiento de la primitiva de algunas funciones sencillas, comprobación del resultado mediante su derivación.</p> <hr/> <p><u>Sesión 2</u>: Presentación de las integrales inmediatas simples, deducción tras ver las dos primeras de las restantes, comprobación de los resultados mediante la derivación de estos, aplicación y práctica de las integrales inmediatas simples.</p> <hr/> <p><u>Sesión 3</u>: Presentación de las integrales inmediatas compuestas, deducción a partir de las inmediatas simples utilizando la idea de la regla de la cadena, comprobación de los resultados mediante la derivación de estos, aplicación y práctica de las integrales inmediatas compuestas.</p> <hr/> <p><u>Sesión 4</u>: Presentación del método de la arcotangente para la resolución de integrales fraccionarias, y de cómo completar cuadrados para poder aplicarlo, práctica de todos los tipos de integrales vistos en las primeras cuatro sesiones entremezclados, identificación del tipo de integral que es cada problema.</p> <hr/> <p><u>Sesión 5</u>: Introducción al concepto de integral definida, su uso para el cálculo de áreas, diferencia entre el resultado de la integral definida y el área entre la función y el eje, uso de la función bisectriz y la fórmula del área de un triángulo para comprobar los resultados de la integral definida, ejemplificación de la diferencia entre el área y la integral mostrando un resultado de área negativa, aplicación y</p>

	<p>práctica de las integrales definidas mediante la resolución de problemas de cálculo de áreas.</p> <hr/> <p><u>Sesión 6</u>: Práctica y repaso por grupos de los conceptos y contenidos vistos en las primeras cinco sesiones, con colaboración del docente para resolver las dudas y dificultades que surjan.</p> <hr/> <p><u>Sesión 7</u>: Repaso del docente de los principales errores observados durante la práctica en la sesión 6, práctica y repaso por grupos de los conceptos y contenidos vistos en las primeras cinco sesiones, con colaboración del docente para resolver las dudas y dificultades que surjan.</p> <hr/> <p><u>Sesión 8</u>: Realización de la prueba escrita sobre el tema de integración.</p>
Instrumentos de Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> - Pruebas escritas (70%) - Ejercicios evaluables (20%) - Evaluación continua (10%)
Atención a la Diversidad	<ul style="list-style-type: none"> - AACC: Propuesta de problemas y ejercicios de mayor complejidad, introducción de conceptos más avanzados de integración. - TDAH: Asiento en la primera fila del aula, preguntas dirigidas a lo largo de la sesión para mantener su atención, desglose de los problemas largos o con varios apartados en varias preguntas más cortas y rápidas. - Discapacidad visual: Asiento en la primera fila del aula, proporcionar el material de la sesión antes para que pueda seguirla sincrónicamente, todo el material que se le entregue tendrá la letra más grande.

Aquí cabe realizar una puntualización respecto a la enseñanza de este tema: En el currículo se establece que el tema de integración corresponde al curso de 2º de Bachillerato. Sin embargo, en el centro en el que he realizado las prácticas llevan varios años impartiendo una

breve introducción a los conceptos básicos de integración en 1º de Bachillerato, y han observado que esto facilita mucho su estudio el curso siguiente.

Cabe también destacar un aspecto respecto al grupo-clase en el que se va a impartir esta unidad de programación: Se ha mencionado que, debido a la gran cantidad de alumnos, se ha dividido el grupo en dos clases. La dinámica de estos dos grupos en lo correspondiente a la asignatura de Matemáticas I es la siguiente: Cada día, mientras uno de los grupos asiste a la sesión de matemáticas, el otro grupo está en clase de física. Al acabar esa sesión, los grupos intercambian asignaturas: El primer grupo asiste a la sesión de física, y el segundo a la de matemáticas. Esto significa que no hay ninguna diferencia de sesiones o contenido entre ambos grupos, aunque sí que supone un aumento en la carga del docente al tener que impartir cuatro de los cinco días hábiles dos clases seguidas de Matemáticas I.

Así pues, con estos detalles en mente, podemos establecer que los principales objetivos de esta unidad de programación son:

- Interiorizar y entender el concepto de integral definida e indefinida
- Adquirir la capacidad de cálculo de áreas entre funciones
- Ser capaz de obtener la primitiva de una función inmediata simple o compuesta
- Preparar el estudio de técnicas de integración avanzadas en 2º de Bachillerato

Además de estos objetivos principales centrados en la base teórica que han de adquirir los alumnos en relación al tema de integración, se fijan también otros objetivos relacionados con el desarrollo social y personal de los alumnos:

- Fomentar la participación en grupos
- Inculcar valores de colaboración y cooperación

- Potenciar la capacidad de abstracción y modelización

Para ello disponemos de 8 sesiones de 55 minutos cada una, empezando el 15 de mayo y acabando el 26 de mayo. Las sesiones tienen lugar los lunes, martes, jueves y viernes. Las cinco primeras sesiones están dedicadas a impartir la base teórica necesaria para hacer una introducción al tema de integración, las dos siguientes sesiones están dedicadas a la resolución de problemas y al repaso de los contenidos adquiridos, y la última sesión es una prueba escrita evaluando los conceptos tratados en esta unidad junto con otros dados anteriormente en la misma evaluación.

Figura 3

Calendarización de la unidad de programación

		MAYO 2023							
SEMANA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO		
17									
18									
19									
20	INTRO- DUCCIÓN	INTEGRALES SIMPLES		INTEGRALES COMPUES- TAS	INTEGRALES CON ARCO- TANGENTE				
21	INTEGRALES DEFINIDAS	REPASO POR GRUPOS		REPASO POR GRUPOS	PRUEBA ESCRITA				
22									

Para ello dividiremos la metodología utilizada en las sesiones en dos tipos diferentes, el primero para las primeras cinco sesiones centradas en la adquisición y comprensión de la base

teórica, y el segundo para las dos sesiones dedicadas al repaso y resolución de problemas antes de la prueba escrita. Estas están desarrolladas con más detalle en el apartado correspondiente.

Contenidos, Objetivos, Competencias, Criterios de Evaluación y Situaciones de Aprendizaje de la Unidad de Programación

Como indica López Rupérez, F. (2022), “el enfoque del currículo por competencias es considerado como una de las respuestas a los desafíos que, en la era de la moderna globalización y de la cuarta revolución industrial, se les plantean a las sociedades actuales”.

Recordamos las definiciones de los principales conceptos que vamos a utilizar a lo largo del diseño de esta unidad de programación:

- **Objetivos:** Logros que se espera que el alumnado alcance al final de la etapa. Alcanzarlos está vinculado a la adquisición de las competencias clave.
- **Competencias clave:** Conocimientos y habilidades que se consideran imprescindibles para que el alumnado progrese con garantías de éxito en su itinerario formativo, y pueda afrontar los principales retos y desafíos globales y locales.
- **Competencias específicas:** Conocimientos y habilidades que el alumnado debe poder desplegar en actividades o situaciones cuya resolución requiere de los saberes básicos de cada área. Son un elemento de conexión entre las competencias clave, y los saberes básicos del área y los criterios de evaluación.
- **Criterios de evaluación:** Indicaciones que muestran los niveles de desempeño esperados en el alumnado en las actividades o situaciones referidas en las competencias específicas de cada área.

- **Saberes básicos:** Conocimientos, destrezas y actitudes que constituyen los contenidos propios de un área y cuyo aprendizaje es necesario para la adquisición de las competencias específicas.
- **Situaciones de aprendizaje:** Actividades y situaciones que implican el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas, y que contribuyen a su adquisición y desarrollo.

En la tabla 12 se enumeran las competencias específicas que se trabajan mediante esta unidad de programación, así como los criterios de evaluación asociados y las competencias clave que se ayuda a desarrollar con cada una:

Tabla 12

Competencias específicas, criterios de evaluación y competencias clave trabajados con la unidad de programación

Competencias Específicas	Criterios de Evaluación	Competencias Clave
CE 1	1.2	STEM
Modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para obtener posibles soluciones.	Obtener todas las posibles soluciones matemáticas de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, describiendo el procedimiento utilizado.	CD CPSAA CE
CE 2	2.1	STEM
Verificar la validez de las posibles soluciones de un problema empleando el razonamiento y la	Comprobar la validez matemática de las posibles soluciones de un	CD CPSAA CC

Competencias Específicas	Criterios de Evaluación	Competencias Clave
argumentación para contrastar su idoneidad.	problema, utilizando el razonamiento y la argumentación. 2.2 Seleccionar la solución más adecuada de un problema en función del contexto (de sostenibilidad, de consumo responsable, equidad...), usando el razonamiento y la argumentación.	CE
CE 3 Formular o investigar conjeturas o problemas, utilizando el razonamiento, la argumentación, la creatividad y el uso de herramientas tecnológicas, para generar nuevo conocimiento matemático.	3.1 Adquirir nuevo conocimiento matemático a partir de la formulación de conjeturas y problemas de forma guiada. 3.2 Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la formulación o investigación de conjeturas o problemas.	STEM CD CE
CE 4 Utilizar el pensamiento computacional de forma eficaz, modificando, creando y generalizando algoritmos que resuelvan problemas mediante el uso de las matemáticas, para modelizar y resolver situaciones de la vida cotidiana y del ámbito de la ciencia y la tecnología.	4.1 Interpretar, modelizar y resolver situaciones problematizadas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, utilizando el pensamiento computacional, modificando y creando algoritmos.	STEM CD CE

Competencias Específicas	Criterios de Evaluación	Competencias Clave
CE 5	5.1	STEM
Establecer, investigar y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas estableciendo vínculos entre conceptos, procedimientos, argumentos y modelos para dar significado y estructurar el aprendizaje matemático.	Manifiestar una visión matemática integrada, investigando y conectando las diferentes ideas matemáticas.	CD CCEC
	5.2	
	Resolver problemas en contextos matemáticos, estableciendo y aplicando conexiones entre las diferentes ideas matemáticas.	
CE 6	6.1	STEM
Descubrir los vínculos de las matemáticas con otras áreas de conocimiento y profundizar en sus conexiones, interrelacionando conceptos y procedimientos, para modelizar, resolver problemas y desarrollar la capacidad crítica, creativa e innovadora en situaciones diversas.	Resolver problemas en situaciones diversas, utilizando procesos matemáticos, estableciendo y aplicando conexiones entre el mundo real, otras áreas de conocimiento y las matemáticas.	CD CPSAA CC CE CCEC
	6.2	
	Analizar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad, reflexionando sobre su contribución en la propuesta de soluciones a situaciones complejas y a los retos científicos y tecnológicos que se plantean en la sociedad.	
CE 8	8.2	CCL
Comunicar las ideas matemáticas, de forma individual y colectiva, empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados,	Reconocer y emplear el lenguaje matemático en diferentes contextos, comunicando la información con precisión y rigor.	CP STEM CD CCEC

Competencias Específicas	Criterios de Evaluación	Competencias Clave
para organizar y consolidar el pensamiento matemático.		
CE 9 Utilizar destrezas personales y sociales, identificando y gestionando las propias emociones, respetando las de los demás y organizando activamente el trabajo en equipos heterogéneos, aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje y afrontando situaciones de incertidumbre, para perseverar en la consecución de objetivos en el aprendizaje de las matemáticas.	9.1 Afrontar las situaciones de incertidumbre identificando y gestionando emociones y aceptando y aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje de las matemáticas. 9.2 Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando y aprendiendo de la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas. 9.3 Participar en tareas matemáticas de forma activa en equipos heterogéneos, respetando las emociones y experiencias de los demás, escuchando su razonamiento, identificando las habilidades sociales más propicias y fomentando el bienestar grupal y las relaciones saludables.	CP STEM CPSAA CC CE

En relación a los recursos necesarios durante estas sesiones, el espacio para llevar a cabo esta unidad de programación es la misma aula de clase. Los recursos materiales utilizados para impartir las clases son:

- Una pizarra de borrado en seco instalada en el aula de clase, con los rotuladores correspondientes.
- Material de escritura por parte del alumnado para tomar notas y apuntes.
- Folios e impresora para fotocopiar e imprimir las actividades y la prueba escrita.

Situación de Aprendizaje

Siguiendo el Decreto 156/2022, de 15 de septiembre, las situaciones de aprendizaje son las “actividades o tareas con un objetivo claro y partiendo de un problema o realidad conocida para pasar paulatinamente a una idea más abstracta y más compleja”.

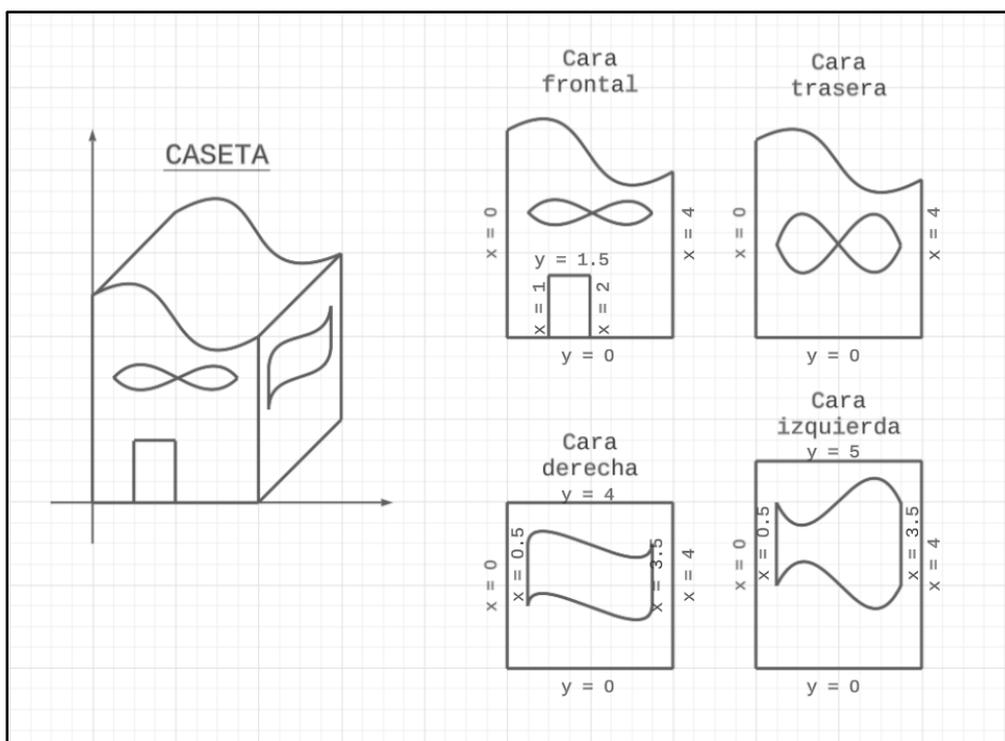
Una forma muy sucinta y bonita de entender las situaciones de aprendizaje es la descrita por Moreira, M. A. (2010): “Las situaciones dan sentido a los conceptos, pero, para entender las situaciones, son necesarios los conceptos. Cuantas más situaciones domina el aprendiz, más conceptualiza; pero conceptualizando, el alumno se va haciendo capaz de dominar situaciones cada vez más complejas”.

En esta unidad de programación se llevarán a cabo dos situaciones de aprendizaje. La primera abarcará las primeras 5 sesiones, contextualizada en la continua expansión y renovación que tiene lugar en el centro, y titulada “¡Construyendo el colegio!”. Al comenzar la primera sesión se propone a los alumnos que van a ser ellos los encargados de construir la nueva caseta que se quiere instalar. Así, se les proporcionan los planos del diseño de la caseta, los cuales se pueden ver en la Figura 4, y ellos serán los encargados de informar sobre cuánto material hace

falta comprar para poder construirla. Para ello es necesario calcular áreas y volúmenes siguiendo los planos dados que no son capaces de obtener con las fórmulas que ya conocen, sino que es necesario el uso de las integrales.

Figura 4

Planos iniciales de la caseta para la situación de aprendizaje



A lo largo del curso los alumnos van adquiriendo los conocimientos necesarios para poder calcular las áreas pedidas, y así también relacionar los conceptos cuando se ven con una posible aplicación en la vida real. Además se puede pedir que obtengan también el coste total de la caseta, para lo cual después de calcular el área total de cada material (paredes, ventanas, puerta) se les proponen distintas alternativas de materiales para cada uno. De esta forma también se pueden educar a los alumnos sobre la necesidad de usar materiales sostenibles para el medio

ambiente y para la industria, considerando las ventajas que el uso de estos materiales aporta a largo plazo para nuestro planeta en contraste con los menos ecológicos.

La segunda situación de aprendizaje abarcará las últimas 3 sesiones, contextualizada en el análisis y valoración del uso correcto de recursos económicos para la realización de proyectos, en este caso ligada con la construcción del centro planteada en la primera situación de aprendizaje. Se titula “¿Vale la pena la compra?”, y al comenzar la sexta sesión se propone a los alumnos que van a ser ellos los encargados de valorar las alternativas que se proponen para construir la nueva caseta que se ha trabajado en la primera situación de aprendizaje.

Desde la directiva del centro se están planteando comprar una máquina de construcción que ayude con el trabajo. Esta máquina cuesta un total de 50.000 euros, se espera que genere un ahorro en los gastos en la obra. Este gasto viene dado por la función $f(x) = 2.000 + 4.000x$, siendo x el número de meses que se ha trabajado utilizando la máquina. Por ejemplo, si la obra dura un mes, se habría conseguido ahorrar un total de 6.000 euros, por lo que claramente no sería rentable para el centro comprar esta máquina de construcción.

A partir de aquí se plantean diversas cuestiones para que los alumnos valoren si vale la pena o no comprar esta máquina. ¿Cuánto tiempo tendría que durar la obra para que fuese rentable comprarla? Para que los alumnos sean capaces de responder a esta pregunta y otras similares es necesario el uso de las herramientas de integración que se ven en esta unidad de programación.

Así, a través de estas situaciones de aprendizaje también trabajamos tres de los Objetivos de Desarrollo Sostenible establecidos por las Naciones Unidas para la Agenda 2030. Como se indica por las Naciones Unidas, estos objetivos fueron establecidos en 2015, cuando “los líderes

mundiales adoptaron un conjunto de objetivos globales para erradicar la pobreza, proteger el planeta y asegurar la prosperidad para todos como parte de una nueva agenda de desarrollo sostenible”. Además, estas metas las debemos de trabajar entre todos, pues “para alcanzar estas metas, todo el mundo tiene que hacer su parte: los gobiernos, el sector privado, la sociedad civil y personas como usted”. En concreto, mediante la situación de aprendizaje estamos trabajando:

- ODS 3: Educación de calidad
- ODS 9: Industria, innovación e infraestructura
- ODS 11: Ciudades y comunidades sostenibles.

Como indica Rieckmann, M. (2017), “la educación de calidad es tanto una meta en sí misma como un medio para lograr todos los otros ODS, porque es parte integral del desarrollo sostenible y un facilitador clave del mismo”.

Metodología y Desarrollo de las Sesiones de la Unidad de Programación

Como se ha mencionado con brevedad anteriormente, las 8 sesiones impartidas se dividen en tres bloques, cada uno con una metodología y dinámica diferente.

Tabla 13

Distribución de sesiones y objetivo principal de cada bloque de sesiones

Bloque	Sesiones	Objetivo
Bloque 1	5	Impartir la base teórica correspondiente al tema de integración, centrándose en la comprensión de esta para su profundización en el siguiente curso.
Bloque 2	2	Reforzar, asimilar e interiorizar los conceptos vistos en el Bloque 1 para asentar una buena base de conocimientos para el futuro.

Bloque	Sesiones	Objetivo
Bloque 3	1	Realización de prueba escrita.

El primer bloque de sesiones se centra en impartir la base teórica básica necesaria para poder tratar el tema de integración definida e indefinida. Al ser un tema introductorio que se verá con más profundidad el curso siguiente, el principal objetivo de este bloque es que los alumnos comprendan la idea intuitiva detrás de la integración: La integral indefinida como operación inversa de la derivada y como forma de obtener la primitiva de una función, y la integral definida como herramienta para calcular áreas y volúmenes en figuras complejas cuyos contornos vienen descritos por funciones.

Para ello se dispone de 5 sesiones de 55 minutos cada una. La distribución del tiempo y las metodologías utilizadas se pueden ver en la tabla 14.

Tabla 14

Estructura de las sesiones del bloque teórico

Duración	Desarrollo
20 minutos	Se lleva a cabo una clase magistral participativa, donde el docente expone la base teórica necesaria a través de preguntas guiadas al alumnado. Se fomenta que sea el propio alumnado el que vaya deduciendo las respuestas y así poder interiorizar y comprender mejor los conceptos. Esta variación de la clase magistral tradicional resulta más atractiva y enriquecedora para los alumnos, además de permitir al docente un mejor seguimiento del nivel general de la clase en cada momento para poder explicar con más detenimiento los puntos que les resulten más difíciles de comprender.

Duración	Desarrollo
25 minutos	Se lleva a cabo un aprendizaje por problemas (excluyendo la primera sesión que se dedicará principalmente al desarrollo de la base teórica). Tras acabar la explicación se propone a los alumnos una serie de problemas y ejercicios centrados en interiorizar y comprender los conceptos vistos durante esa sesión. Estos problemas estarán contextualizados en situaciones de la vida real, mostrando a los alumnos la aplicación de los conceptos que están aprendiendo más allá de la base teórica.
10 minutos	Se comentan las resoluciones de los alumnos y se explica una forma estructurada de obtener los resultados para que puedan tenerla como referencia sólida al estudiar autónomamente en el futuro. Además se resuelve cualquier duda o pregunta que pueda haber surgido durante la sesión, y se propone una lista de problemas adicionales para que puedan practicar y profundizar por su cuenta.

El segundo bloque de sesiones se centra en la profundización y asimilación de los conceptos vistos en el primero. Para ello se propone una lista cuantiosa de problemas categorizados por tema y dificultad, y los alumnos se dividen en grupos para abordar estos problemas. Se emplea una metodología de trabajo colaborativo donde cada grupo de alumnos trabaja los problemas que consideren adecuados para su nivel de conocimientos, y colaboran entre ellos para resolver las dudas que les surjan. El docente supervisa el trabajo de los grupos y resuelve las dudas que no sepan solventar por su cuenta, así como dar indicaciones y consejos cuando lo vea oportuno.

El tercer bloque consiste en la prueba escrita realizada en la última sesión. Idealmente se añadiría una sesión adicional después de la prueba escrita para explicar su resolución, comentar los errores más frecuentes que se hayan cometido, y hacer un repaso con los puntos más

importantes de la unidad de programación. Por desgracia durante las prácticas no se ha dispuesto del tiempo para poder implementar esta última sesión.

En las tablas 15 a 22 se detalla el desarrollo de cada una de las 8 sesiones de esta unidad de programación.

Tabla 15

Desarrollo de la sesión 1 de la unidad de programación

Asignatura	Matemáticas I	
Fecha	15 de mayo de 2023	
Sesión	Sesión 1 – 55 minutos	
Espacio	Aula de clase	
Situación de Aprendizaje	¡Construyendo el colegio!	
Contenidos	Introducción al concepto de integral indefinida como operación “inversa” a la derivada. Definición de integral, función primitiva, y notaciones correspondientes. Ejemplos sencillos de integración indefinida con funciones polinómicas simples. Comprobación del resultado mediante su derivación. Propiedades básicas de la integración.	
Estructura	Control de asistencia.	5 minutos
	Rece del Padre Nuestro (por ser la primera clase del día).	
	Introducción de la situación de aprendizaje, búsqueda de despertar el interés de los alumnos hacia el método de resolver ese proyecto.	15 minutos
Presentación de la integral indefinida comparándola con otras operaciones inversas (suma y resta, multiplicación y división).		
	Presentación de la función primitiva.	

	Deducción de cómo se puede comprobar si el resultado de una integral indefinida es correcto mediante la derivación del resultado, con ejemplos sencillos.	5 minutos
	Explicación de las propiedades básicas de la integración (suma de funciones, multiplicación por un escalar).	10 minutos
	Resolución de ejercicios de integrales de polinomios sencillos aplicando lo visto durante la sesión.	20 minutos
Recursos	Pizarra; tiza o rotuladores de escritura en seco	
Competencias específicas	CE1, CE2, CE3, CE4, CE5	
Competencias clave	CMCT, CD, CPAA, CSC, SIE, CEC	
Atención a la Diversidad	AACC	Al ser un tema y un concepto completamente nuevo no se espera que sea necesario ningún cambio en la primera sesión donde se introduce este concepto.
	TDAH	Alumno situado en la primera fila. Realización de preguntas dirigidas durante la sesión para mantener su atención.
	Discapacidad visual	Alumno situado en la primera fila. Se proporciona todo el material visto en clase en formato escrito previo a la clase para que pueda seguirla al mismo tiempo. Todo el material se le entrega con mayor tamaño de letra.

Tabla 16*Desarrollo de la sesión 2 de la unidad de programación*

Asignatura	Matemáticas I
Fecha	16 de mayo de 2023
Sesión	Sesión 2 – 55 minutos
Espacio	Aula de clase
Situación de Aprendizaje	¡Construyendo el colegio!

Contenidos	Introducción a las integrales inmediatas simples, deducción y construcción de la tabla de integrales inmediatas, resolución de ejercicios sobre integrales inmediatas simples.	
	Control de asistencia.	5 minutos
	Recordatorio y repaso de lo visto en la sesión anterior.	5 minutos
Estructura	Construcción de la tabla de integrales inmediatas simples mediante la ejemplificación de las dos primeras integrales.	
	Deducción y razonamiento por parte de los alumnos del resultado de las demás integrales inmediatas simples, aplicando que la derivada del resultado ha de dar la función original.	15 minutos
	Comprobación del resultado deducido por los alumnos y corrección de la tabla de integrales inmediatas simples.	
	Realización de problemas de cálculo de primitivas mediante el uso de integrales inmediatas simples con contextualización en problemas realistas, y posterior corrección.	25 minutos
	Propuesta de ejercicios de repaso de los contenidos vistos en la sesión para el estudio autónomo de los alumnos.	5 minutos
Recursos	Pizarra; tiza o rotuladores de escritura en seco	
Competencias específicas	CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6	
Competencias clave	CMCT, CD, CPAA, CSC, SIE, CEC	
Atención a la Diversidad	AACC	Al ser un tema y concepto nuevo, se observa la velocidad con la que lo asimila. Si es necesario y se ve que es posible, se le introduce adicionalmente la integración por partes, y se le proponen problemas y ejercicios adicionales sobre este método.
	TDAH	Alumno situado en la primera fila. Realización de preguntas dirigidas durante la sesión para mantener su atención.
	Discapacidad visual	Alumno situado en la primera fila. Se proporciona todo el material visto en clase en formato escrito previo a la clase

para que pueda seguirla al mismo tiempo. Todo el material se le entrega con mayor tamaño de letra.

Tabla 17

Desarrollo de la sesión 3 de la unidad de programación

Asignatura	Matemáticas I	
Fecha	18 de mayo de 2023	
Sesión	Sesión 3 – 55 minutos	
Espacio	Aula de clase	
Situación de Aprendizaje	¡Construyendo el colegio!	
Contenidos	Introducción a las integrales inmediatas compuestas, deducción y construcción de la tabla de integrales compuestas, resolución de ejercicios sobre integrales inmediatas compuestas.	
Estructura	Control de asistencia.	5 minutos
	Recordatorio y repaso de las ideas de las integrales inmediatas simples.	5 minutos
	Resolución de una integral compuesta mediante las reglas simples vistas la clase anterior, observación de la incorrección del resultado debido a la aplicación de la regla de la cadena al derivarlo.	
	Construcción de la tabla de integrales inmediatas compuestas mediante la ejemplificación de las dos primeras integrales, y comparación con las integrales inmediatas simples.	15 minutos
	Deducción y razonamiento por parte de los alumnos del resultado de las demás integrales inmediatas compuestas.	
	Comprobación del resultado deducido por los alumnos y corrección de la tabla de integrales inmediatas compuestas.	

	Realización de problemas de cálculo de primitivas mediante el uso de integrales inmediatas compuestas con contextualización en problemas realistas, y posterior corrección.	25 minutos
	Propuesta de ejercicios de repaso de los contenidos vistos en la sesión para el estudio autónomo de los alumnos.	5 minutos
Recursos	Pizarra; tiza o rotuladores de escritura en seco	
Competencias específicas	CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6	
Competencias clave	CMCT, CD, CPAA, CSC, SIE, CEC	
Atención a la Diversidad	AACC	Al ser un tema y concepto nuevo, se observa la velocidad con la que lo asimila. Si es necesario y se ve que es posible, se le introduce adicionalmente la integración por partes, y se le proponen problemas y ejercicios adicionales sobre este método.
	TDAH	Alumno situado en la primera fila. Realización de preguntas dirigidas durante la sesión para mantener su atención.
	Discapacidad visual	Alumno situado en la primera fila. Se proporciona todo el material visto en clase en formato escrito previo a la clase para que pueda seguirla al mismo tiempo. Todo el material se le entrega con mayor tamaño de letra.

Tabla 18

Desarrollo de la sesión 4 de la unidad de programación

Asignatura	Matemáticas I
Fecha	19 de mayo de 2023
Sesión	Sesión 4 – 55 minutos
Espacio	Aula de clase

Situación de Aprendizaje	¡Construyendo el colegio!	
Contenidos	Introducción a las resolución de integrales mediante la arcotangente, diferenciación de cuándo aplicar el logaritmo y cuándo la arcotangente, resolución de ejercicios sobre integración con la arcotangente.	
Estructura	Control de asistencia.	5 minutos
	Recordatorio y repaso de las ideas de las integrales inmediatas simples y compuestas.	5 minutos
	Resolución de una integral con polinomio en el denominador que no se puede obtener mediante el logaritmo.	
	Explicación y ejemplo de resolución de una integral mediante la arcotangente.	15 minutos
	Compleción de cuadrados en el denominador cuando no se pueda aplicar directamente la resolución mediante la arcotangente.	
	Resolución de problemas y ejercicios de repaso relacionados con integrales inmediatas simples, compuestas, y mediante el método de la arcotangente.	25 minutos
	Propuesta de ejercicios de repaso de los contenidos vistos en la sesión para el estudio autónomo de los alumnos.	5 minutos
Recursos	Pizarra; tiza o rotuladores de escritura en seco	
Competencias específicas	CE1, CE2, CE3, CE4, CE5	
Competencias clave	CMCT, CD, CPAA, CSC, SIE, CEC	
Atención a la Diversidad	AACC	Al ser un tema y concepto nuevo, se observa la velocidad con la que lo asimila. Si es necesario y se ve que es posible, se le introduce adicionalmente la integración por partes, y se le proponen problemas y ejercicios adicionales sobre este método.
	TDAH	Alumno situado en la primera fila. Realización de preguntas dirigidas durante la sesión para mantener su atención.

Discapacidad visual	Alumno situado en la primera fila. Se proporciona todo el material visto en clase en formato escrito previo a la clase para que pueda seguirla al mismo tiempo. Todo el material se le entrega con mayor tamaño de letra.
---------------------	---

Tabla 19*Desarrollo de la sesión 5 de la unidad de programación*

Asignatura	Matemáticas I	
Fecha	22 de mayo de 2023	
Sesión	Sesión 5 – 55 minutos	
Espacio	Aula de clase	
Situación de Aprendizaje	¡Construyendo el colegio!	
Contenidos	Introducción a la integral definida, presentación como herramienta para el cálculo de áreas, regla de Barrow, diferencia entre el resultado de la integral definida y el área, aplicación a problemas de la vida real mediante el proyecto presentado.	
Estructura	Control de asistencia.	5 minutos
	Rece del Padre Nuestro (por ser la primera clase del día).	5 minutos
	Presentación del concepto de integral definida y su notación, introducción a la regla de Barrow.	
	Ejemplo de cálculo de área de la función lineal $f(x) = x$ entre los límites 0 y 4, y comprobación de la corrección del resultado aplicando la fórmula del área de un triángulo en la gráfica de la función.	15 minutos
	Comprobación de que el área no coincide con el resultado de la integral si la función tiene partes negativas, diferenciación entre área e integral definida.	

	Realización de problemas de cálculo de áreas con contextualización en problemas realistas de la vida real, y posterior corrección.	25 minutos
	Propuesta de ejercicios de repaso de los contenidos vistos en la sesión para el estudio autónomo de los alumnos.	5 minutos
Recursos	Pizarra; tiza o rotuladores de escritura en seco	
Competencias específicas	CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6	
Competencias clave	CMCT, CD, CPAA, CSC, SIE, CEC	
Atención a la Diversidad	AACC	Al ser un tema y concepto nuevo, se observa la velocidad con la que lo asimila. Si es necesario y se ve que es posible, se le introduce adicionalmente la integración por partes, y se le proponen problemas y ejercicios adicionales sobre este método.
	TDAH	Alumno situado en la primera fila. Realización de preguntas dirigidas durante la sesión para mantener su atención.
	Discapacidad visual	Alumno situado en la primera fila. Se proporciona todo el material visto en clase en formato escrito previo a la clase para que pueda seguirla al mismo tiempo. Todo el material se le entrega con mayor tamaño de letra.

Tabla 20

Desarrollo de la sesión 6 de la unidad de programación

Asignatura	Matemáticas I
Fecha	23 de mayo de 2023
Sesión	Sesión 6 – 55 minutos
Espacio	Aula de clase
Situación de Aprendizaje	¿Vale la pena la compra?

Contenidos	Resolución y repaso por grupos de ejercicios y problemas sobre los contenidos vistos en las primeras 5 sesiones, resolución de la inquietud propuesta inicialmente en la situación de aprendizaje.	
	Control de asistencia.	5 minutos
	Resumen y repaso de los contenidos vistos en las 5 sesiones anteriores para proporcionar una visión general de las herramientas de integración vistas.	
	Introducción de la situación de aprendizaje, búsqueda de despertar el interés de los alumnos hacia el método de resolver ese proyecto.	15 minutos
Estructura	Propuesta de una lista de ejercicios y problemas categorizados por tema y dificultad.	
	Resolución de la inquietud inicialmente propuesta en la situación de aprendizaje, cálculo de las áreas siguiendo los planos mostrados en la Tabla 3.	35 minutos
	Resolución por parte de los alumnos por grupos, con ayuda e indicaciones del docente cuando se considere oportuno, de los problemas que consideren más adecuados para el nivel de cada uno.	
Recursos	Pizarra; tiza o rotuladores de escritura en seco	
Competencias específicas	CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6, CE8, CE9	
Competencias clave	CCL, CMCT, CD, CPAA, CSC, SIE, CEC	
Atención a la Diversidad	AACC	Se proporciona un listado adicional de problemas de mayor dificultad y complejidad.
	TDAH	Alumno situado en la primera fila. Realización de preguntas dirigidas durante la sesión para mantener su atención.
	Discapacidad visual	Alumno situado en la primera fila. Se proporciona todo el material visto en clase en formato escrito previo a la clase para que pueda seguirla al mismo tiempo. Todo el material se le entrega con mayor tamaño de letra.

Tabla 21

Desarrollo de la sesión 7 de la unidad de programación

Asignatura	Matemáticas I	
Fecha	25 de mayo de 2023	
Sesión	Sesión 7 – 55 minutos	
Espacio	Aula de clase	
Situación de Aprendizaje	¿Vale la pena la compra?	
Contenidos	Resolución y repaso por grupos de ejercicios y problemas sobre los contenidos vistos en las primeras 5 sesiones.	
Estructura	Control de asistencia.	5 minutos
	Explicación de los errores más comunes observados por el docente en la sesión anterior.	10 minutos
	Propuesta de una nueva lista de ejercicios y problemas categorizados por tema y dificultad, para aumentar la cantidad de ejercicios disponibles para los alumnos.	
	Resolución por parte de los alumnos por grupos, con ayuda e indicaciones del docente cuando se considere oportuno, de los problemas que consideren más adecuados para el nivel de cada uno.	35 minutos
	Resolución de dudas y preguntas de última hora antes de la realización de la prueba escrita.	5 minutos
Recursos	Pizarra; tiza o rotuladores de escritura en seco	
Competencias específicas	CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6, CE8, CE9	
Competencias clave	CCL, CMCT, CD, CPAA, CSC, SIE, CEC	
Atención a la Diversidad	AACC	Se proporciona un listado adicional de problemas de mayor dificultad y complejidad.

TDAH	Alumno situado en la primera fila. Realización de preguntas dirigidas durante la sesión para mantener su atención.
Discapacidad visual	Alumno situado en la primera fila. Se proporciona todo el material visto en clase en formato escrito previo a la clase para que pueda seguirla al mismo tiempo. Todo el material se le entrega con mayor tamaño de letra.

Tabla 22

Desarrollo de la sesión 8 de la unidad de programación

Asignatura	Matemáticas I	
Fecha	26 de mayo de 2023	
Sesión	Sesión 8 – 55 minutos	
Espacio	Aula de clase	
Situación de Aprendizaje	¡Construyendo el colegio! ¿Vale la pena la compra?	
Contenidos	Realización de la prueba escrita.	
Estructura	Control de asistencia.	5 minutos
	Realización de la prueba escrita.	50 minutos
Recursos	Reloj en el aula visible para los alumnos	
Competencias específicas	CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6, CE8	
Competencias clave	CMCT, CPAA, CSC, CEC	
Atención a la Diversidad	AACC	Además de los problemas de la prueba escrita, se le proponen otros problemas adicionales de mayor dificultad para que pueda realizarlos en el caso de acabar los otros rápidamente.
	TDAH	Alumno situado en la primera fila. Las preguntas de la prueba escrita con varios apartados se separan en varias preguntas breves con pocos apartados cada una. Si es

	necesario se proporciona algo de tiempo adicional para realizar la prueba escrita.
Discapacidad visual	Alumno situado en la primera fila. Se proporciona todo el material visto en clase en formato escrito previo a la clase para que pueda seguirla al mismo tiempo. Todo el material se le entrega con mayor tamaño de letra.

Evaluación y Calificación

En relación a la evaluación y calificación, se plantea un total de tres instrumentos de evaluación:

- **Prueba escrita:** En la sesión 8 se realiza una prueba escrita evaluando principalmente los contenidos teóricos explicados durante las sesiones anteriores, además de otras competencias claves que se detallan posteriormente.

La prueba se centra en preparar a los alumnos para responder satisfactoriamente las preguntas de las pruebas PAU. Por este motivo se han incorporado varios enunciado que se han preguntado en estas pruebas en años anteriores, además de ejercicios con estructuras similares sobre los demás contenidos teóricos que se han explicado en las sesiones.

- **Entrega de ejercicios evaluables:** Al finalizar la sesión 4 (el viernes 19 de mayo, para entregarlos al final de la semana) se propone a los alumnos una lista de ejercicios evaluables. Los alumnos deben realizar estos ejercicios y entregarlos antes de la sesión 6 (el martes 23 de mayo).

Debido a la posibilidad de resolver estos ejercicios en casa consultando herramientas como internet, o comparando los resultados con otros compañeros, estos ejercicios tienen un nivel de dificultad mayor que el de los propuestos durante las sesiones. Esto

también prepara a los alumnos para resolver problemas de mayor dificultad, y hace que los problemas habituales sean más asequibles y fáciles en comparación tras resolver los de mayor dificultad.

- **Observación diaria:** Una parte de la evaluación se reserva para la observación diaria por parte del docente sobre el comportamiento, actitud e interés de cada alumno durante las sesiones.

Estos tres instrumentos de evaluación se computan mediante una media ponderada para obtener la calificación del alumno, teniendo cada uno los siguientes pesos:

- **Prueba escrita:** 70% de la calificación
- **Ejercicios evaluables:** 20% de la calificación
- **Observación diaria:** 10% de la calificación

Así, tras convertir cada instrumento de evaluación a un valor numérico, la calificación final se puede obtener mediante la siguiente fórmula:

- **Calificación final** = $(0.7 \cdot \text{Prueba Escrita}) + (0.2 \cdot \text{Ejercicios}) + (0.1 \cdot \text{Observación})$

Además cada instrumento también se utiliza para evaluar la adquisición de las competencias clave correspondientes a esta unidad de programación. Las competencias clave que se pueden evaluar con cada uno son las siguientes:

- **Prueba escrita:** Se evalúan las competencias clave CCL, CMCT, CPAA, CSIEE, y CEC.
- **Ejercicios evaluables:** Se evalúan las competencias clave CCL, CMCT, CD, CPAA, y CSIEE.

- **Observación diaria:** Se evalúan las competencias clave CMCT, CPAA, CSC, CSIEE, y CEC.

A continuación se detalla cada uno de los tres instrumentos de evaluación utilizados en esta unidad de programación:

Prueba Escrita

En la Figura 5 se muestra la prueba escrita realizada en esta unidad de programación.

Figura 5

Prueba escrita realizada en la sesión 8 de la unidad de programación

PRUEBA ESCRITA - Integración

- Resolver los problemas propuestos, detallando no solamente la solución, sino que también el procedimiento para llegar a ella.

① Calcular las siguientes integrales:

a) $\int \frac{5}{4x^2 + 12x + 10} dx$

b) $\int \frac{5}{3} x \cos(3x^2) dx$

c) $\int_1^3 \frac{4}{\sqrt{1-4x^2}} dx$

② Se quiere construir un muro al lado del campo de fútbol del colegio. Suponiendo que el extremo izquierdo corresponda con el eje Y, el muro sigue la forma de la función $f(x) = \frac{x^3}{10} - 0,8x^2 + 2x + 0,5$ y tiene una longitud de 4 metros y grosor de 20cm. ¿Cuántos litros de cemento hacen falta para construir el muro?

③ Para construir el muro se ha comprado una máquina productora de cemento por 10000 euros para ayudar con la obra. Usando la máquina se ahorra un total de $f(x) = 5000 + 12x$, siendo x cada litro de cemento producido. ¿Ha valido la pena comprar la máquina? ¿Cuántos litros hay que producir como mínimo para que salga rentable?

Ejercicios Evaluables

En la Figura 6 se muestran los ejercicios evaluables entregados a los alumnos para su resolución autónoma a lo largo de varios días y posterior entrega al docente.

Figura 6

Ejercicios evaluables entregados en la unidad de programación

EJERCICIOS EVALUABLES - Matemáticas I

Resolver los siguientes ejercicios sobre integración y subirlos a la plataforma Google Classroom o entregárselo al profesor antes de la clase del martes 25 de mayo.

① Calcular las siguientes integrales:

a) $\int \ln^2(x) dx$

b) $\int e^x \sin(2x) dx$

c) $\int \frac{5}{x^2+4x+5} dx$

d) $\int \frac{\sin(x)}{\cos^2(\cos(x))} dx$

② Calcular el área de las regiones finitas delimitadas por las funciones $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x$, $g(x) = \frac{x^2}{2} + 1$.

③ La puerta de una catedral tiene forma de parábola, siendo el eje X el suelo, y el límite superior de la puerta viene dado por la función $[-\frac{x^2}{2} + 4]$, con las unidades en metros. Sabiendo que la puerta está hecha de madera y tiene 30cm de grosor, y que el precio de la madera es de 150€ por m^3 , ¿cuánto ha valido la puerta de la catedral?

La resolución de los ejercicios evaluables con comentarios de ayuda en los pasos más importantes para facilitar la comprensión y el repaso autónomo de los alumnos se puede encontrar en los anexos del trabajo.

Observación Diaria:

En la tabla 23 se muestra la rúbrica a seguir a la hora de realizar la observación diaria de los alumnos. Una vez rellena la rúbrica, el resultado numérico para utilizar en la fórmula de la calificación final es la suma de ambos valores numéricos obtenidos en la rúbrica, uno por la única casilla que hay que seleccionar por cada columna.

Tabla 23

Rúbrica para la observación diaria

	Comportamiento durante las explicaciones del docente	Comportamiento durante el trabajo autónomo o por grupos
0	El alumno muestra comportamientos disruptivos que no permiten al docente impartir la sesión, y no obedece las instrucciones del docente.	El alumno muestra comportamientos disruptivos que no permiten al resto del alumnado realizar su propio trabajo, o no permite al resto de su grupo avanzar con su propio trabajo, y no obedece las instrucciones del docente.
1.25	El alumno muestra comportamientos molestos que causan pausas durante las explicaciones del docente y no permite a los demás alumnos concentrarse en la sesión.	El alumno muestra comportamientos molestos que ralentizan el progreso de sus compañeros o del grupo, y no permite a los demás alumnos concentrarse en su propio trabajo.
2.5	El alumno no muestra ningún comportamiento que pueda disrumpir la	El alumno no muestra ningún comportamiento que pueda molestar a los

	Comportamiento durante las explicaciones del docente	Comportamiento durante el trabajo autónomo o por grupos
	sesión o causar molestias y distraer a los demás alumnos.	demás alumnos y ralentizar su trabajo, y participa lo necesario en su grupo.
3.75	El alumno muestra atención durante las sesiones, no causa ninguna molestia para el docente o los demás alumnos, y trata de responder algunas de las preguntas propuestas por el docente durante las sesiones.	El alumno muestra disposición a la hora de trabajar autónomamente y trata de resolver los ejercicios propuestos, y muestra algo de proactividad en los trabajos grupales.
5	El alumno muestra interés y atención durante las sesiones, no causa ninguna molestia para el docente o los demás alumnos, trata de responder a la mayoría de las preguntas propuestas por el docente durante las sesiones, y en ocasiones propone alguna pregunta que le haya surgido sobre el contenido de la sesión.	El alumno muestra interés y disposición a la hora de trabajar autónomamente y resuelve todos los ejercicios propuestos, muestra una gran proactividad en los trabajos grupales, y ocasionalmente ayuda a algún compañero que vea que no entiende algún concepto o ejercicio.

Evaluación Docente

Como se ha indicado en el apartado correspondiente a la evaluación docente en la presentación de la programación, al final de cada trimestre se entregará una rúbrica para que los alumnos evalúen la labor del docente a lo largo del trimestre. En la Tabla 24 se muestra la sección de la rúbrica correspondiente a la labor del docente respecto a la unidad de programación de integración. Hay que recordar que las rúbricas son completamente anónimas para permitir a los alumnos evaluar al docente sin el miedo de sufrir represalias. En la rúbrica los alumnos han

de marcar en cada columna una única casilla, la que más se acerque a su opinión sobre el tema presentado en cada una.

Tabla 24

Rúbrica de evaluación docente, sección sobre la unidad de programación de integración

Base teórica	Material de estudio	Resolución de dudas	Prueba Escrita
La base teórica que se ha visto sobre el tema de integración, entre las sesiones y los materiales entregados, permite comprender los conceptos vistos.	El profesor ha proporcionado suficientes problemas, ejercicios y ejemplos para poder prepararse de forma autónoma todos los contenidos sobre integración.	El profesor ha resuelto todas las dudas que han surgido sobre el tema de integración de una forma clara.	Se han evaluado los contenidos vistos sobre el tema de integración, y era posible obtener la máxima calificación con la información y ejercicios proporcionados en las sesiones.
La base teórica que se ha visto sobre el tema de integración, entre las sesiones y los materiales entregados, permite comprender la mayoría de los conceptos vistos.	El profesor ha proporcionado suficientes problemas, ejercicios y ejemplos para poder prepararse de forma autónoma la mayoría de los contenidos sobre integración.	El profesor ha podido resolver la mayoría de las dudas que han surgido sobre el tema de integración de una forma clara.	Se han evaluado los contenidos vistos sobre el tema de integración, aunque la información y ejercicios proporcionados en las sesiones no han sido suficiente.
La base teórica que se ha visto sobre el tema de integración,	El profesor ha proporcionado algunos problemas,	El profesor no ha podido resolver muchas de las dudas	Se han evaluado los contenidos vistos sobre el tema de

Base teórica	Material de estudio	Resolución de dudas	Prueba Escrita
entre las sesiones y los materiales entregados, no permite comprender la mayoría de los conceptos vistos.	ejercicios y ejemplos, no siendo suficientes para poder prepararse de forma autónoma la mayoría de los contenidos sobre integración.	que han surgido sobre el tema de integración de una forma clara.	integración, pero ha sido difícil prepararse para realizar la prueba con la información y ejercicios proporcionados en las sesiones.
La base teórica que se ha visto sobre el tema de integración, entre las sesiones y los materiales entregados, no ha permitido comprender el concepto de integración.	El profesor no ha proporcionado suficientes problemas, ejercicios y ejemplos para poder prepararse mínimamente los contenidos sobre integración.	El profesor no ha podido resolver casi ninguna de las dudas que han surgido sobre el tema de integración.	No se han evaluado los contenidos vistos sobre el tema de integración.

Atención a la Diversidad

En la realidad del aula hay una gran variedad de características y situaciones de cada alumno. Un buen docente ha de ser capaz de reconocer las dificultades que puede afrontar cada uno, y hacer lo posible por adaptar las sesiones y actividades para facilitar su aprendizaje en la medida de lo posible. Como indican Cornejo Barros, B. K., y Lopez Rada, M. A. (2020), “Las diferencias individuales en el aula se dan bajo una mirada compleja del ser humano en donde existen características que hacen únicos e irrepitibles a cada estudiante. En base a esta

experiencia queda clara la importancia de prestar una debida atención a las diferencias individuales dentro del aula de clases para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje”.

A continuación se detallan las acciones que se pueden llevar a cabo para los tres alumnos con necesidades especiales que se han mencionado en la contextualización del trabajo:

- **A.A.C.C:** Se plantean ejercicios individualizados de mayor complejidad para estos alumnos. Además, debido a la característica de ser una introducción de un tema que se completa en el siguiente curso, se le proporciona uno de los otros métodos de integración más avanzados y problemas relacionados. Se recomienda que el método proporcionado sea el de integración por partes, al ser el más asequible e intuitivo de explicar en la cantidad de sesiones de esta unidad de programación. (Nivel de respuesta educativa 3).
- **T.D.A.H:** Se realizan cambios ambientales, como situar al alumno en la primera fila de la clase para mantener su atención con más facilidad, y alejado de las ventanas para evitar posibles distracciones. Además se realizan cambios metodológicos como presentarle los problemas en subsecciones más pequeñas y estructuradas, preguntarle habitualmente durante las sesiones para mantener su atención y seguir su progreso, y si fuese necesario darle más tiempo al realizar la prueba escrita. (Nivel de respuesta educativa 3).
- **Discapacidad física que afecta a la visión:** Se sitúa al alumno en la primera fila para poder seguir mejor la explicación del docente en la pizarra, además de proporcionarle fotocopias con la explicación de cada sesión en un tamaño que le resulte cómodo. Además, se le proporcionará una versión de la prueba escrita y los ejercicios

propuestos durante las sesiones con un mayor tamaño de letra. (Nivel de respuesta educativa 3).

Proyecto de Innovación Educativa

La implementación en el centro de un proyecto de innovación educativa es una gran oportunidad de aumentar el nivel educativo del mismo, al mismo tiempo que se exploran las posibilidades que ofrecen las nuevas herramientas tecnológicas y metodológicas. Barreno, Y. D. P. R. (2018) describe estos proyectos “no como simples ideas, sino como un proceso que permita mejorar la calidad educativa y la dinámica de las prácticas pedagógicas en aula u otros espacios escolares, siendo los proyectos un mecanismo que potencie los procesos de enseñanza-aprendizaje”.

Como proyecto de innovación educativa se propone la creación de un escape room con contenidos relacionados con el tema de integración. Sin embargo, el proyecto consiste en que sean los propios alumnos los que diseñen los problemas y acertijos de la escape room. El objetivo será, tras dividir la clase en varios grupos, que cada grupo diseñe una escape room basada en el tema de integración, y deberán usar su creatividad e ideas innovadoras para crear los acertijos y desafíos correspondientes.

Este proyecto se realizará de forma conjunta con la asignatura de Tecnologías de la Información y Comunicación. La construcción de la escape room se hará en formato digital mediante la aplicación Genially, un programa que permite la creación de puzzles interactivos, perfecto para la creación de actividades gamificadas.

Una vez cada grupo haya finalizado su escape room, los alumnos podrán tratar de resolver las hechas por los otros grupos, y podrán evaluarlas rellenando la rúbrica que se muestra

en la Tabla 26 para cada uno de los otros grupos. El proyecto se les propondrá a los alumnos en la primera sesión de la unidad de programación para que vayan pensando ideas para posibles pruebas y acertijos durante el transcurso de la unidad, y tendrá como plazo de entrega hasta el fin de semana posterior a la prueba escrita, para permitir que los días antes de la prueba se puedan centrar en el estudio de la misma y que tengan un par de días después para poder acabar la escape room.

Este proyecto permite que repasen y afiancen los contenidos del tema de integración por múltiples partes. La resolución de los problemas y cuestiones de las escape rooms de los otros grupos es una buena forma de repasar los contenidos que los demás alumnos han considerado más interesantes, ya que seguramente sean estos los que hayan incluido. Además, durante la creación de la escape room tendrán que juzgar todos los contenidos vistos y consolidarlos, para poder elegir la mejor forma de introducir problemas y acertijos relacionados a su escape room.

Además de los beneficios en cuanto a los contenidos académicos, también se trabajan las capacidades de trabajo en equipo y de liderazgo, teniendo que colaborar varios alumnos para poder crear una misma escape room entre ellos. También fomenta su creatividad, y ofrece un descanso lúdico en contraste a las actividades de repaso más teóricas y monótonas.

Para obtener la calificación numérica final de este proyecto para cada grupo, en primer lugar se hace la media de los valores obtenidos con las rúbricas de los alumnos para cada proyecto, y después se le suma al resultado el valor de la rúbrica rellenada por el docente. En total pueden obtener un total de 3 puntos mediante las rúbricas de los demás alumnos, y de 7 mediante la rúbrica del docente, para un máximo de 10 puntos.

Tabla 25

Detalle del proyecto de innovación educativa

Asignatura	Matemáticas I, Tecnologías de la Información y Comunicación
Fecha	15 de mayo de 2023 - 28 de mayo de 2023
Espacio	Aula de clase
Estructura	<p><u>Explicación del proyecto:</u> Los alumnos, por grupos, deben crear una escape room utilizando el programa Genially. Los problemas y acertijos de la escape room deben estar relacionados con el tema de integración, y debe haber al menos 4.</p>
	<p><u>Diseño de la escape room:</u> En colaboración con la asignatura de Tecnologías de la Información y Comunicación, los alumnos tienen dos semanas, hasta el 28 de mayo, para crear la escape room y enviar el enlace a los docentes de ambas asignaturas.</p>
	<p><u>Juego de las otras escape rooms:</u> Cuando estén todas las escape rooms finalizadas y entregadas, se le mandará a cada grupo los enlaces de las de los demás grupos para que puedan probarlas y evaluarlas. La rúbrica de evaluación que utilizarán se encuentra en la Tabla 23.</p>
	<p><u>Evaluación del proyecto:</u> El proyecto final de cada grupo se evaluará por parte del docente siguiendo la rúbrica que se encuentra en la Tabla 24.</p>
Recursos	Ordenador, papel, material de escritura
Competencias específicas	CE1, CE3, CE4, CE5, CE6, CE8, CE9
Competencias clave	CCL, CMCT, CD, CPAA, SIE
Atención a la Diversidad	<p>AACC</p> <p>Se le propone incluir un mayor número de problemas en la escape room que no sean de mayor dificultad para que el resto de los alumnos los puedan resolver, pero que trate de que sean más ingeniosos y creativos.</p>

TDAH	Al ser más fácil para las personas con esta necesidad el trabajar con problemas y ejercicios más rápidos y cortos, se le propone incluir el doble de problemas y acertijos a la escape room, siendo cada uno de menor longitud.
Discapacidad visual	Se le proporciona un ordenador con una mayor pantalla, y con una mayor resolución para que se pueda ver mejor.

Tabla 26

Rúbrica para la evaluación de la escape room por parte de los alumnos

	Diseño de la escape room	Diseño de los problemas
0	No se ha hecho una escape room, o está incompleta y no es posible completarla.	No se ha hecho una escape room, o está incompleta y no es posible completarla.
1	La escape room está completa y es posible completarla, pero no hay una ambientación correcta, sino que se parece más a una serie de problemas en una presentación.	La escape room está completa y es posible completarla, pero los problemas y acertijos propuestos no se corresponden con el tema de integración.
2	La escape room está completa y es posible completarla, y tiene elementos que le dan una ambientación y narrativa adecuada, aunque hay puntos del proyecto que falten por pulir.	La escape room está completa y es posible completarla, y los problemas y acertijos propuestos se corresponden con el tema de integración, pero son muy básicos y poco creativos.
3	La escape room está completa y es posible completarla, y se le ha dado una ambientación y narrativa buena que permite al jugador estar inmerso en ella.	La escape room está completa y es posible completarla, y los problemas y acertijos propuestos se corresponden con el tema de integración, además de ser originales, creativos e ingeniosos.

Tabla 27*Rúbrica para la evaluación de la escape room por parte del docente*

	Diseño de la escape room	Diseño de los problemas	Trabajo del grupo
0	No se ha hecho una escape room, o está incompleta y no es posible completarla.	No se ha hecho una escape room, o está incompleta y no es posible completarla.	No se ha hecho una escape room, o está incompleta y no es posible completarla.
1	La escape room está completa y es posible completarla, con una ambientación adecuada y sencilla, pero deja bastante margen de mejora.	La escape room está completa y es posible completarla, con problemas y acertijos que se corresponden con el tema de integración, pero son demasiado teóricos o mecánicos, habiendo poca creatividad en ellos.	La escape room está completa y es posible completarla, pero el grupo no ha funcionado correctamente, la gran mayor parte del proyecto la ha realizado un único integrante, y el resto del grupo no ha colaborado en su creación.
2	La escape room está completa y es posible completarla, y se le ha dado una ambientación y narrativa buena que permite al jugador estar inmerso en ella.	La escape room está completa y es posible completarla, y los problemas y acertijos propuestos se corresponden con el tema de integración, además de ser originales, creativos e ingeniosos.	La escape room está completa y es posible completarla, aunque el grupo ha funcionado principalmente de manera individual, diseñando cada integrante un problema o acertijo individualmente sin consultar a los demás miembros del grupo.
3	-	-	La escape room está completa y es posible completarla, y el grupo ha

Diseño de la escape room	Diseño de los problemas	Trabajo del grupo
		funcionado correctamente, mostrándose signos de colaboración entre los integrantes, y han trabajado al menos dos de ellos en cada problema o acertijo.

Conclusiones

La principal conclusión extraída de este trabajo es la necesidad de eliminar el estancamiento en cuanto a metodologías innovadoras que se observa en los cursos de Bachillerato. Se entiende que esto viene causado por el efecto que puede tener una mala primera implementación de una de estas metodologías en las posibilidades de futuro de los alumnos, lo que conlleva a una preferencia hacia los métodos de enseñanza ya probados. Sin embargo, es imperativo seguir adelante y aprovechar las metodologías modernas para mejorar el nivel de la enseñanza. En este trabajo se ha propuesto una forma de comenzar a implementar estas metodologías más recientes de una forma gradual y sin riesgo de perjudicar los resultados de los alumnos para empezar a impulsar este cambio.

Como segunda conclusión se ha trabajado introduciendo unas sesiones de introducción al tema de integración en el curso de 1º de Bachillerato, siendo este tema normalmente visto entero en el curso siguiente. Esta implementación ha mostrado resultados gratamente satisfactorios en el curso académico en el que se han implementado: En 1º de Bachillerato, tras acabar la unidad de programación y realizar las pruebas escritas los alumnos han mostrado una gran inclinación hacia el concepto de integración, siendo uno de sus preferidos y con el que obtenían de los mejores resultados; y en 2º de Bachillerato, al empezar a tratar el tema de integración se ha apreciado claramente la introducción al tema vista el curso anterior, necesitando únicamente una sesión para recordar los conceptos y técnicas básicas antes de poder pasar a las técnicas de integración más avanzadas y complejas, las cuales podían interiorizar con una mayor facilidad. Así pues, la introducción del tema de integración durante el primer curso de Bachillerato ha mostrado resultados muy positivos.

Bibliografía

Fernández, M. L. A. (2010). Importancia y elementos de la programación didáctica. *Hekademos: revista educativa digital*, (7), 5-22.

Soler, V. G., & Nadal, C. B. (2013). Análisis de la importancia de la programación didáctica en la gestión docente. *3c Empresa: investigación y pensamiento crítico*, 2(3), 3.

Rodríguez Moreno, J., Molina Jaén, M. D., & Martínez Labella, M. J. (2019). Análisis de la importancia de la programación didáctica en la gestión docente del aula y del proceso educativo. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*.

Garrido, M. C. D., Fernández, R. G., Rivilla, A. M. M., & González, M. L. C. (2022). Formación del profesorado de bachillerato en las competencias clave. *Revista mexicana de investigación educativa*, 27(94), 779-802.

Montes, C. P. G. (2023). La importancia de las competencias específicas en el nuevo marco curricular. Concreción en Andalucía en la materia de biología y geología. *Supervisión 21*, 67(67).

Bravo-Cobeña, G. T., & Viguera-Moreno, J. A. (2021). Metodologías Activas en el proceso de enseñanza-aprendizaje del idioma inglés en Bachillerato. *Polo del Conocimiento*, 6(2), 464-482.

Cabezas González, M., Casillas Martín, S., & Hernández Martín, A. (2016). Metodologías de trabajo colaborativo en la Educación Secundaria Obligatoria: un estudio de caso.

Ramírez, A. X. V., & Papahiu, P. C. (2020). Metodología ABP: Habilidades de autonomía y trabajo colaborativo en estudiantes de bachillerato. *Paradigma*, (2), 286-310.

Bassante, A., Cardenas, R., & Hidalgo, W. (2020). CONTRIBUCIÓN DE LA EVALUACIÓN DOCENTE EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE BACHILLERATO. *Universidad Ciencia y Tecnología*, 24(106), 71-78.

Álvarez, P. A. B. (2022). ESTRUCTURA PARA EL DISEÑO DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE DESDE UN ENFOQUE SOCIOEPISTEMOLÓGICO. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*.

Colmenero Ruiz, M. J., Pantoja Vallejo, A., & Pegalajar Palomino, M. D. C. (2015). Percepciones sobre atención a la diversidad en la formación inicial del profesorado de Educación Secundaria. *Revista complutense de educación*.

Sanmartí, N. (2000). El diseño de unidades didácticas. *Didáctica de las ciencias experimentales*, 239-276.

López Rupérez, F. (2022). El enfoque del currículo por competencias. Un análisis de la LOMLOE. *Revista española de pedagogía*, 80(281), 55-68.

Moreira, M. A. (2010). ¿ Por qué conceptos?¿ Por qué aprendizaje significativo?¿ Por qué actividades colaborativas?¿ Por qué mapas conceptuales?.

Rieckmann, M. (2017). *Educación para los Objetivos de Desarrollo Sostenible: objetivos de aprendizaje*. UNESCO Publishing.

Cornejo Barros, B. K., & Lopez Rada, M. A. (2020). *ATENCIÓN A LAS DIFERENCIAS INDIVIDUALES DENTRO DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DURANTE EL BACHILLERATO* (Bachelor's thesis, Universidad de Guayaquil-Facultad de Ciencias Psicológicas).

Barreno, Y. D. P. R. (2018). Proyecto de innovación educativa. *Revista Científica Retos de la Ciencia*, 2(3), 122-138.

Anexos

Anexo 1

Guion de ayuda para el docente para impartir la introducción a la integral indefinida

INTEGRAL DEFINIDA

Regla de Barrow: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Propiedades:

1) $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

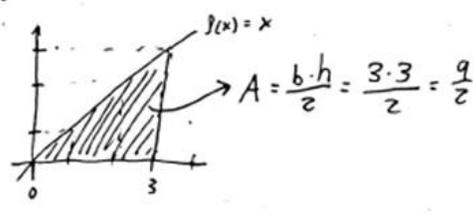
2) $\int_a^a f(x) dx = 0$

3) $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$

4) Si $f \geq g$ en $[a, b]$, entonces $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$

5) Si $m \leq f \leq M$ en $[a, b]$, entonces $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$

6) $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$

Ej: $\int_0^3 x dx \rightarrow$  $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2}$

$\int_0^3 x dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^3 = \left(\frac{3^2}{2} \right) - \left(\frac{0^2}{2} \right) = \frac{9}{2} - 0 = \frac{9}{2} \checkmark$
 $\int x dx = \frac{x^2}{2}$

Ⓟ 1) $\int_0^4 \sqrt{x} dx$ 2) $\int_0^\pi \sin(2x-1) dx$ 3) $\int_{-2}^2 e^{-2x} dx$

Anexo 2

Guion de ayuda para el docente para impartir el método de integración por descomposición en fracciones simples

DESCOMPOSICIÓN EN FRACCIONES SIMPLES

Dado un cociente de polinomios $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con $\partial P < \partial Q$, y tenemos que $Q(x) = (x-r_1) \cdot (x-r_2) \cdot \dots \cdot (x-r_n)$.

Entonces $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_1}{(x-r_1)} + \frac{A_2}{(x-r_2)} + \dots + \frac{A_n}{(x-r_n)}$

Si $Q(x)$ tiene una raíz múltiple $(x-r)^p$, entonces

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_1}{(x-r)} + \frac{A_2}{(x-r)^2} + \dots + \frac{A_p}{(x-r)^p}$$

Si $Q(x)$ tiene una raíz compleja (x^2+ax+b) $\Rightarrow Q(x) = \frac{Ax+B}{x^2+ax+b}$

Si $\partial P \geq \partial Q$ podemos dividir los polinomios y obtener

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

Caso 1) Raíces reales distintas

Ej: $\int \frac{8x+5}{x^2-3x+2} dx$

$$x^2-3x+2=0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-4 \cdot 2}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

$\Rightarrow \frac{8x+5}{x^2-3x+2} = \frac{8x+5}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} = \frac{A(x-2)+B(x-1)}{(x-1)(x-2)}$

$$\frac{8x+5}{(x-1)(x-2)} = \frac{A(x-2)+B(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

$8x+5 = A(x-2)+B(x-1)$ se cumple para cualquier x .

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 & 8 \cdot 2 + 5 = B \rightarrow B = 21 \\ x=1 & 8 \cdot 1 + 5 = -A \rightarrow A = -13 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int \frac{8x+5}{x^2-3x+2} dx = \int \left(\frac{-13}{x-1} + \frac{21}{x-2} \right) dx = -13 \int \frac{1}{x-1} dx + 21 \int \frac{1}{x-2} dx$$

$$= -13 \ln|x-1| + 21 \ln|x-2| + C$$

Caso 2) Raíces reales múltiples

Ej: $\int \frac{3x^2+4x+5}{(x+2)(x-1)^2} dx$

$$\Rightarrow \frac{3x^2+4x+5}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{A(x-1)^2 + B(x+2)(x-1) + C(x+2)}{(x+2)(x-1)^2}$$

$\Rightarrow 3x^2+4x+5 = A(x-1)^2 + B(x+2)(x-1) + C(x+2)$ se cumple para cualquier x .

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-2 & 12-8+5 = (-3)^2 A \rightarrow A = \frac{9}{9} = 1 \\ x=1 & 3+4+5 = 3C \rightarrow C = \frac{12}{3} = 4 \\ x=0 & 5 = 1 \cdot (-1)^2 + B \cdot (-2) + 4 \cdot 2 \rightarrow 5-1-8 = -2B \rightarrow B = \frac{-2}{-2} = 2 \end{cases}$$

$$\int \frac{3x^2+4x+5}{(x+2)(x-1)^2} dx = 1 \int \frac{1}{x+2} dx + 2 \int \frac{1}{x-1} dx + 4 \int \frac{1}{(x-1)^2} dx$$

$$= \ln|x+2| + 2 \ln|x-1| + 4 \cdot \frac{-1}{x-1} + C$$

Caso 3) Raíces complejas con $\partial Q = 2$

Ej: $\int \frac{3x+6}{x^2+2x+5} dx$

$$x^2+2x+5=0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4 \cdot 5}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

~~$\frac{13 \pm 4i}{2}$~~
 ~~$\frac{17 \pm 4i}{2}$~~

Paso 1: Conseguir $\frac{f'(x)}{f(x)}$

$$\frac{3x+6}{x^2+2x+5} = 3 \frac{x+2}{x^2+2x+5} = \frac{3}{2} \frac{2x+4}{x^2+2x+5} = \frac{3}{2} \frac{2x+4+2-2}{x^2+2x+5}$$

$$= \frac{3}{2} \left(\frac{2x+2}{x^2+2x+5} + \frac{4-2}{x^2+2x+5} \right)$$

Paso 2: Conseguir $\frac{f'(x)}{f(x)}$

$$\frac{1}{x^2+2x+5} = \frac{1}{x^2+2x+5+1-1} = \frac{1}{(x+1)^2+4} = \frac{1}{4 \left(\frac{(x+1)^2}{4} + 1 \right)}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{x+1}{2} \right)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{x+1}{2} \right)^2}$$

Paso 3: Integrar

$$\int \frac{3x+6}{x^2+2x+5} dx = \frac{3}{2} \int \frac{2x+2}{x^2+2x+5} dx + \frac{3}{2} \int \frac{2}{x^2+2x+5} dx$$

$$= \frac{3}{2} \int \frac{2x+2}{x^2+2x+5} dx + 3 \int \frac{1}{1 + \left(\frac{x+1}{2} \right)^2} dx$$

$$= \frac{3}{2} \ln|x^2+2x+5| + \frac{3}{2} \arctg\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$$

Caso 4) Raíces reales y complejas

Ej: $\int \frac{1}{(x-1)^2(x^2+x+1)} dx$

$$\frac{1}{(x-1)^2(x^2+x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+x+1} = \frac{A(x-1)(x^2+x+1) + B(x^2+x+1) + (Cx+D)(x-1)^2}{(x-1)^2(x^2+x+1)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 & \rightarrow 1 = 3B \rightarrow B = \frac{1}{3} \\ x=0 & \rightarrow 1 = -A + \frac{1}{3} + D \\ x=-1 & \rightarrow 1 = -2A + \frac{1}{3} + 4(D-C) \\ x=2 & \rightarrow 1 = 7A + 7 \cdot \frac{1}{3} + 2C + D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -\frac{1}{3} \\ C = \frac{2}{3} \\ D = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{(x-1)^2(x^2+x+1)} dx = -\frac{1}{3} \int \frac{1}{x-1} dx + \frac{1}{3} \int \frac{1}{(x-1)^2} dx + \frac{1}{3} \int \frac{x+1}{x^2+x+1} dx$$

$$= -\frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{1}{3} \frac{-1}{x-1} + \frac{1}{3} \int \frac{x+1}{x^2+x+1} dx$$

Caso 3

$$\int \frac{x+1}{x^2+x+1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x+2}{x^2+x+1} dx = \frac{1}{2} \left(\int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx + \int \frac{1}{x^2+x+1} dx \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2+x+1} dx + \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2+x+1} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{\left(\frac{x+1}{2}\right)^2+1} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \int \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{x+1}{2}\right)^2+1} dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{(x-1)^2(x^2+x+1)} dx = -\frac{1}{3} \ln|x-1| + \frac{1}{3} \frac{-1}{x-1} + \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{3}} \ln|x^2+x+1| + \frac{1}{3} \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \arctg\left(\frac{x+1}{\sqrt{3}}\right) + C$$

1) $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x-2)} dx$ 4) $\int \frac{x}{(x-1)(x+2)(x+3)} dx$

2) $\int \frac{1}{x^2-x} dx$ 5) $\int \frac{1+8x}{1+x^2} dx$

3) $\int \frac{1}{x^2+2x-3} dx$

Anexo 3

Lista de integrales inmediatas simples y compuestas utilizada en la implementación de la unidad de programación

Handwritten list of integration formulas on a whiteboard:

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln(|x|) + C$
- $\int e^x dx = e^x + C$
- $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + C$
- $\int (f(x))^n \cdot f'(x) dx = \frac{(f(x))^{n+1}}{n+1} + C$
- $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln(|f(x)|) + C$
- $\int e^{g(x)} \cdot f'(x) dx = e^{g(x)} + C$
- $\int a^{g(x)} \cdot f'(x) dx = \frac{a^{g(x)}}{\ln(a)} + C$
- $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + C$
- $\int \cos(x) dx = \sin(x) + C$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin(x) + C$
- $\int \frac{1}{\cos^2(x)} dx = \tan(x) + C$
- $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan(x) + C$
- $\int \sin(g(x)) \cdot f'(x) dx = -\cos(g(x)) + C$
- $\int \cos(g(x)) \cdot f'(x) dx = \sin(g(x)) + C$
- $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}} dx = \arcsin(f(x)) + C$
- $\int \frac{f'(x)}{\cos^2(f(x))} dx = \tan(f(x)) + C$
- $\int \frac{f'(x)}{1+(f(x))^2} dx = \arctan(f(x)) + C$