



Universidad
Europea CANARIAS

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

REVISIÓN DE METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA
EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS Y EL
PAPEL DEL DOCENTE EN SU
IMPLEMENTACIÓN

Alejandro Cruz Santana

TRABAJO FINAL DEL MÁSTER UNIVERSITARIO DE FORMACIÓN DE PROFESORADO
DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA, BACHILLERATO, FORMACIÓN
PROFESIONAL, ENSEÑANZA DE IDIOMAS Y ENSEÑANZAS DEPORTIVAS

Dirigido por Daniel Rodríguez Rodríguez

Convocatoria de Septiembre del curso académico 2021-2022

REVISIÓN DE METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS Y EL PAPEL DEL DOCENTE
EN SU IMPLEMENTACIÓN. ALEJANDRO CRUZ SANTANA

Índice

Resumen	3
Abstract.....	4
1. Introducción	5
1.1. Relevancia de la investigación.....	6
1.2. Justificación de la investigación	6
1.3. Objetivos	8
2. Metodología	9
2.1. Diseño.....	9
2.2. Estrategia de búsqueda.....	9
2.3. Criterios de inclusión y exclusión	10
3. Marco teórico	12
3.1. Metodologías de enseñanza aplicada a las matemáticas	12
3.2. Método Singapur.....	19
3.3. Profesorado de matemáticas	22
4. Resultados y análisis crítico	27
5. Discusión y conclusiones	36
5.1. Discusión de los resultados y revisión de los objetivos.....	36
5.2. Conclusiones e implicaciones prácticas.....	38
5.3. Limitaciones	40
5.4. Prospectiva.....	41
6. Referencias	44

Resumen

El presente trabajo se basa en la revisión bibliográfica de documentación y estudios realizados en el empleo de diferentes metodologías de enseñanza aplicadas en la asignatura de matemáticas, especialmente durante la etapa de Educación Secundaria. Se han planteado como objetivos comprobar en qué aspectos la introducción de nuevas metodologías favorecen o perjudican en el proceso de aprendizaje de las competencias matemáticas requeridas durante la etapa señalada. Además, comprobar si las mencionadas metodologías tienen impacto sobre la motivación e interés en el alumnado, para que de esta forma exista la posibilidad de retirar con el tiempo el sesgo de que la asignatura de matemáticas es un compendio de problemas repetitivos y complicados. Por otro lado, se revisa el papel del docente en el proceso de aplicación de diferentes metodologías diferentes a la metodología clásica, el impacto que tiene en su día a día y las cualidades necesarias en el equipo docente para poder implementarlas. Los resultados que se vislumbran en esta revisión aclaran las cuestiones anteriormente mencionadas, especificando cómo y por qué son unas metodologías mejores que la metodología “tradicional”. Al igual que la importancia que toma el docente para dar un mayor protagonismo al estudiante en su proceso de aprendizaje, cambiando el rol que ha tenido hasta la actualidad y pasando a ser un guía durante la enseñanza.

Palabras clave: competencias, docente, educación, innovación, metodologías.

Abstract

This document is based on a review of documentation and studies carried out on the use of different teaching methodologies applied to the subject of mathematics, especially during the high school education stage. The objectives of the study are to check which aspects of the introduction of new methodologies encourage or harm the learning process of the mathematical competences required at this stage. Furthermore, to check whether the aforementioned methodologies have an impact on pupils' motivation and interest, so that in this way there is the possibility of removing the perception of mathematics is a compendium of repetitive and complicated problems over time. On the other hand, the role of the teacher in the process of applying different methodologies other than classical methodology, the impact it has on their day-to-day work and the qualities needed in the teaching team to be able to implement them are reviewed. The results of this review clarify the aforementioned questions, specifying how and why these methodologies are better than the classical methodology. As well as the importance of the teacher to give a greater role to the student in the learning process, changing the role he/she has had until now and becoming a guide during teaching.

Keywords: aptitude, educator, education, innovation, methodology.

1. Introducción

El objeto de este trabajo de fin de máster es una revisión completa de las actuales metodologías empleadas en la educación de la asignatura de matemáticas, especialmente durante la etapa de la Educación Secundaria. Una vez revisadas y analizadas, extraer conclusiones y, a partir de ellas, hacer una revisión y analizar en qué puntos se puede mejorar e implementar nuevas metodologías de enseñanza. Con la implementación de estas nuevas formas de enseñanza, conseguir que las matemáticas sean más atractivas para el alumnado y puedan desarrollar todas las competencias que ofrece su estudio.

Resulta común encontrar alumnado en muchas clases de matemáticas que se despistan, no atienden o no consiguen integrarse en el aula. Esto puede ser un reflejo de que toda la enseñanza del área siempre se ha impartido desde un punto de vista puramente académico, habría que intentar acercar las matemáticas a la vida cotidiana, al día a día del alumnado. La forma de conseguir dicho objetivo, es aplicar metodologías de enseñanza que puedan acercar las matemáticas a la vida cotidiana, además de alejarnos de las clases magistrales.

Durante el desarrollo de este trabajo de revisión bibliográfica, se expondrán diferentes metodologías innovadoras que los docentes pueden aplicar durante las sesiones del área de Matemáticas en sus aulas y que, como veremos, aportan beneficios tanto en la motivación del alumnado como en sus resultados académicos. Estas metodologías son:

- **Flipped Classroom:** metodología que permite a los alumnos tener siempre a su disposición los recursos, usando el tiempo de clase para realizar ejercicios y consultar dudas.
- **Gamificación:** metodología activa que emplea la mecánica de juegos para el aprendizaje.
- **Aprendizaje basado en proyectos:** consiste en la elaboración de un producto final para el que se empleará el trabajo colaborativo entre el alumnado.
- **Método Singapur:** metodología contrastada en diferentes países, pasando por diferentes procesos cognitivos y desarrollando el pensamiento desde la parte concreta hasta el pensamiento abstracto y complejo.

1.1. Relevancia de la investigación

Es importante realizar esta revisión sistemática, ya que en muchos centros se detecta el mismo problema con la enseñanza de las matemáticas. Dicho problema es siempre el rechazo hacia esta asignatura, sin que el alumnado pueda ver los beneficios que genera su estudio y práctica. Esto se debe, principalmente, a la utilización de metodologías poco apropiadas para su enseñanza (clases magistrales, resolución de problemas de forma mecánica, aprendizaje procedimental). La metodología de enseñanza se vuelve rutinaria, escasa de técnicas y estrategias (Quispe, 2018). Todo esto supone que el alumnado no comprende lo que está resolviendo, lo que a largo plazo provoca desmotivación y fobia a las matemáticas. Con todo esto, podemos llegar a la idea que el problema no es la dificultad intrínseca de las matemáticas, sino la forma de aprendizaje y enseñanza de las mismas. Para lograr que nuestro alumnado tenga motivación y pueda alcanzar los beneficios de su aprendizaje, resulta fundamental utilizar metodologías que se alejen de la participación exclusiva del profesorado durante el desarrollo de las clases. Es importante hacer partícipes a los alumnos/as del proceso de enseñanza-aprendizaje. La forma de conseguir este objetivo es ampliar la cantidad de recursos que utilizan los docentes en la enseñanza de las matemáticas, tener un abanico más amplio para poder adaptarse a cada situación y poder motivar y satisfacer las necesidades de los alumnos y alumnas para la adquisición de las competencias en las matemáticas. Con la capacidad de poder emplear diferentes metodologías activas que hagan protagonista al alumno de su aprendizaje. Por ello es importante realizar esta investigación, realizar una revisión bibliográfica de los últimos documentos, artículos, tesis e investigaciones sobre esta temática y con ello realizar un análisis para poder identificar y conseguir los objetivos que se plantean.

1.2. Justificación de la investigación

La justificación de la realización de esta investigación sobre las metodologías empleadas en la enseñanza de las matemáticas comienza por la simple razón sesgada de que las matemáticas sólo se pueden enseñar y aprender por medio de la repetición. Esta metodología puede ser útil a corto plazo, consiguiendo resultados en la Educación Secundaria, pero dejando de lado las características intrínsecas de las matemáticas como son la lógica y la abstracción. Al mismo tiempo que producen un rechazo generalizado, incluso con la idea errónea de que lo aprendido durante la Educación Secundaria no tiene ninguna utilidad, lo

que es un hecho completamente falso y peligroso por las consecuencias que puede traer. La mayoría del alumnado de la etapa Secundaria no desarrolla completamente competencias como el desarrollo de la lógica, pensamiento abstracto e incluso el pensamiento crítico. Dichas competencias son imprescindibles en el desarrollo propio de una sociedad avanzada y educada.

“Las matemáticas constituyen un modo de relación y comunicación entre las personas, impregnan y conforman múltiples actividades del hombre actual. Ello las convierte en soporte básico de nuestra cultura” (Llinares y Sánchez, 1990, p. 67). A su vez provocando en gran parte de los casos, problemas de desarrollo del aprendizaje y falta de nivel en educación más avanzada o situaciones que se producen en los puestos laborales relacionados con el desarrollo de la lógica o pensamiento crítico.

En la sociedad actual, es de vital importancia el conocimiento de los conceptos matemáticos relacionados con la vida cotidiana (economía, finanzas, informática, programación, ...), por lo tanto, es imprescindible que los alumnos de Educación Secundaria adquieran todas las destrezas y competencias que se desarrollan durante el estudio de esta área. En nuestra labor como docentes debemos poseer estrategias que nos permitan llegar al alumnado, para que puedan desarrollarse en este ámbito. Para ello será necesario hacer atractivo el aprendizaje de las matemáticas y conseguir derrocar el sesgo internacional de que las matemáticas son tediosas y no aportan nada. De ejemplo se puede tomar el artículo de Gómez et al. (2018) donde desarrolla las emociones que se presentan en las asignaturas de Educación Secundaria. En matemáticas, el alumnado presenta buenas emociones como son la confianza y la tranquilidad, cuando la asignatura se aprende y se desarrolla de forma adecuada. En cambio, cuando no se estimula la motivación en el aula se genera un gran porcentaje de malas emociones donde la más predominante es la preocupación por no superar la asignatura.

Por lo tanto, resulta fundamental realizar una revisión de las metodologías que se han usado en el pasado y presente en la enseñanza de las matemáticas, obtener de esta revisión los puntos fuertes de ellas e intentar reforzar los puntos débiles con la implementación de metodologías activas de enseñanza que promuevan la motivación y el uso útil de las matemáticas.

1.3. Objetivos

Así pues, el objeto de este trabajo de fin de máster es analizar la situación actual y, con el estudio de diversas metodologías, intentar demostrar que la inclusión de algunos principios de metodologías activas en la enseñanza mejora el desarrollo y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. Dentro de este objetivo general, podemos diferenciar varios objetivos específicos:

- Analizar si las metodologías más novedosas que se están aplicando en la enseñanza de las matemáticas sirven para mejorar el aprendizaje del alumnado en Educación Secundaria.
- Identificar y analizar si con las nuevas metodologías como son el aprendizaje basado en proyectos o en investigación, aula invertida o aplicación del Método Singapur se pueden obtener mejores resultados en el desarrollo de las competencias relacionadas con las matemáticas.
- Analizar el papel del docente para la implementación de metodologías adecuadas para la enseñanza de las matemáticas.

2. Metodología

2.1. Diseño

Para la realización de este trabajo, se ha realizado una búsqueda exhaustiva de artículos, tesis doctorales y libros sobre la materia que nos ocupa. Dicha búsqueda, se ha realizado por medio de bases de datos de divulgación científica en internet como Dialnet (para documentación en español), ERIC y PubMed (para documentación en inglés).

Antes del comienzo de la búsqueda, se han definido unos criterios para poder filtrar o cribar la documentación necesaria para esta revisión sistemática. Dichos criterios se detallarán en los siguientes apartados, así como la forma de búsqueda en las diferentes bases de datos utilizadas. Para la búsqueda de dicha información se ha empleado un periodo de tiempo de tres meses al igual que para el cribado y selección de los documentos, artículos, investigaciones o tesis para su posterior análisis y discusión.

2.2. Estrategia de búsqueda

La estrategia de búsqueda ha sido, en primer lugar, definir qué tipo de publicaciones se iban a utilizar en esta revisión sistemática. Para este caso se han usado artículos de revistas, tesis doctorales y libros relacionados con la materia a tratar. Para la búsqueda de todas estas publicaciones, se han utilizado diferentes bases de datos en la que podemos diferenciar dos grandes grupos, diferenciados como principal característica el idioma:

Tabla 1. Bases de datos usadas

INGLÉS	ESPAÑOL
ERIC	Dialnet
PudMed	Redined

Una vez definidas las bases de datos donde se ha realizado la búsqueda de las publicaciones, se determina la estrategia de búsqueda de las mismas. En primer lugar, para la búsqueda se han utilizado palabras clave que aparecieran en el título del artículo o en el abstract o resumen del mismo. Se ha realizado de esta forma para no cometer el error de eliminar muchas publicaciones que sí tienen relación (directa o indirectamente) con el tema a

tratar y que no tuvieran alguna palabra clave en el título. En las siguientes tablas quedan definidas las palabras clave usadas o la combinación de las mismas para los dos grandes grupos de bases de datos (Español o Inglés).

Tabla 2. Claves usadas en el proceso de búsqueda

INGLÉS	ESPAÑOL
Methodology	Metodología
Maths	Matemáticas
STEM	Educación secundaria
Secondary School	Metodologías enseñanza matemáticas
Flipped Classroom	Método Singapur

El número de documentos obtenidos, registros incluidos, registros para ser evaluados, etcétera, quedarán descritos con detalle en el apartado número cuatro (Resultados y análisis crítico) de esta revisión bibliográfica.

2.3. Criterios de inclusión y exclusión

Para la búsqueda de publicaciones, se han definido los siguientes criterios para discernir entre la documentación que sería utilizada y cuál sería rechazada. Como criterios clave se ha usado el año de publicación, el idioma, si se emplean o no metodologías activas, los países de procedencia de la publicación y lugar de implementación (en caso de ser un artículo de investigación aplicada) y el rango de edad o etapa educativa. Dentro de cada uno de estos criterios se ha definido un rango o característica clave para seleccionar la publicación o no. Para esta revisión se ha centrado en publicaciones novedosas intentando que fuera del siglo actual, priorizando el idioma español, la aplicación de metodologías novedosas y las consecuencias de dicha aplicación. Además, que los países donde se desarrollan las investigaciones fueran próximos o con una cultura semejante a la española y que el rango de edad fuera para Educación Secundaria, con la excepción en algunas metodologías activas en Educación Primaria, ya que, es para el rango de edad donde se han realizado investigaciones. Todo lo mencionado queda reflejado en la siguiente tabla:

Tabla 3. Tabla de criterios de inclusión

TABLA DE RELACIÓN DE CRITERIOS DE INCLUSIÓN
Año de publicación (la más reciente y actualizada posible) desde el año 2000 en adelante
Idioma de la publicación: Español o Inglés
Empleo de metodologías activas para enseñanzas (proyectos, investigación, ...)
Países de procedencia de la investigación (priorizando países occidentales desarrollados)
Rango de edad (siempre priorizando Educación Secundaria)

3. Marco teórico

3.1. Metodologías de enseñanza aplicada a las matemáticas

Durante este apartado se reflejarán diversas metodologías para las enseñanzas de las matemáticas, entre las que encontramos el Aprendizaje basado en proyectos y problemas, Flipped Classroom o la gamificación. Todas estas metodologías son preferibles para la didáctica de las matemáticas tal como indica Mayén (2009) en su tesis contrastada con investigación aplicada dando buenos resultados académicos, así como en la actitud frente a la asignatura de matemáticas.

Aprendizaje basado en proyectos y problemas

En primer lugar, nos adentramos en estas dos grandes metodologías de enseñanza, las cuales se basan en el mismo principio. Dicho principio es la educación mediante el aprendizaje por descubrimiento basado en la teoría que desarrolló Piaget (1983). Esta clase de metodologías ayudan al alumnado a adquirir fácilmente los conocimientos matemáticos, ya que estas metodologías se basan en la resolución de un problema o proyecto de la vida cotidiana del alumno.

Como desarrollan Arce et al. (2019) en su libro “Proyectos e investigaciones son tareas matemáticamente ricas en cuanto a que proporcionan al estudiante la oportunidad de aprender nuevos contenidos matemáticos o desarrollar procesos tales como habilidades analíticas, creatividad y metacognición”. En ambas metodologías, toda la responsabilidad recae en el propio alumno, toman el rol principal de su propio aprendizaje, el cual deberá resolver situaciones usando su propio conocimiento adquirido por medio de la investigación y la reflexión. Además, generalmente son actividades que se realizan de forma grupal por lo que se desarrolla la teoría del constructivismo social de Vygotsky (1978). El constructivismo social lo que determina es que el aprendizaje tiene un fuerte carácter social, lo que significa que el aprendizaje se afianza mejor si durante su aprendizaje tiene connotaciones sociales. Para conseguir esto, es necesario que los alumnos y alumnas trabajen de forma grupal y que interactúen entre ellos para adquirir el aprendizaje deseado. Esto fomenta el desarrollo de las habilidades sociales y competencias lingüísticas y comunicativas. El proyecto o problema a resolver deberá ser un tema que pueda experimentar en su vida cotidiana, esto generará una motivación a lo largo de toda su resolución, ya que, generalmente, esta clase de ejercicios

conllevará un tiempo a medio-largo plazo. Una gran ventaja que tienen estas metodologías es su característica de transversalidad e interdisciplinariedad, por lo tanto, el profesorado tiene una gran oportunidad de compartir el proyecto o problema con otra asignatura, incrementando incluso la motivación en el alumnado. Por otro lado, permite incluir el uso de las TIC y desarrollar la competencia digital en el alumnado gracias a su amplitud y facilidad de combinarlo con diferentes áreas. Si nos centramos en la metodología de aprendizaje basada en proyectos, se pueden definir cinco características diferenciadoras respecto a las metodologías tradicionales tal como indica Thomas (2000), estas son:

- Los proyectos desarrollan el currículo de manera más efectiva frente a las metodologías tradicionales.
- Los proyectos se plantean con preguntas guiadas, por lo que, sin coaccionar la libertad del alumno, este desarrolla sus propios conocimientos al trabajar los contenidos del currículo.
- El alumnado durante el aprendizaje toma un rol principal.
- Durante todo el proceso es extremadamente importante la motivación del alumnado para el desarrollo del proyecto, incluyendo su creación.
- Los proyectos tienden a ser realistas.

Tal como indica Antón y Sánchez (2020), hay multitud de investigaciones que desde finales del siglo pasado han demostrado la efectividad del aprendizaje basado en proyectos en diversas etapas educativas y asignaturas, incluyendo las matemáticas. Todas estas investigaciones ponen esta metodología activa frente a las metodologías tradicionales, obteniendo mejores resultados académicos, mejor adquisición de competencias matemáticas y obteniendo una mayor motivación para el estudio de la asignatura de las matemáticas.

Pero en estas dos metodologías también existen diferencias. En primer lugar, el aprendizaje basado en proyectos implica la creación de un producto que resuelve un problema de la vida real. Esto que no ocurre en el aprendizaje basado en problemas, en el que generalmente se plantea una situación ficticia. Además, el aprendizaje basado en proyectos, debido a su magnitud, llevará un periodo a medio-largo plazo. En cambio, el aprendizaje basado en problemas se puede usar en el día a día del aula. Este último se puede desarrollar en grandes grupos de alumnos, se puede tratar de una forma más rápida y práctica. Por otro lado, el aprendizaje basado en proyectos, debido a su magnitud, es necesario que sean grupos

más reducidos, ya que es necesario una planificación y organización dentro del grupo para lograr el objetivo. Son dos metodologías que a priori plantean grandes ventajas sobre el resto, tal y como señala Vega (2012) en su tesis, el uso de una metodología como el aprendizaje basado en proyectos supone profundizar en el conocimiento y en la comprensión de una realidad concreta. Además, el cambio de metodología ha favorecido a paliar problemas como el absentismo escolar, la diversidad de niveles y la desmotivación frente a la asignatura de matemáticas.

Flipped Classroom

Gracias al avance de la tecnología en el mundo, especialmente a finales del siglo XX, muchos hogares pudieron disponer de herramientas informáticas y las conocidas tecnologías de la información y la comunicación. Por ello, muchos docentes comenzaron a preparar sus contenidos lectivos usando presentaciones y vídeos explicativos. Sin embargo, todo ello generalmente se usaba en etapas superiores de educación, tal y como indican Lage y Platt en su investigación (2000).

Con esta nueva facilidad que tenían los alumnos, los docentes podían facilitar contenido del curso lectivo de manera multimedia al alumnado. Con ello, los estudiantes tenían la ventaja de poder repasar y revisar el contenido fuera del horario lectivo. Además, los docentes se dieron cuenta de que, si el alumnado era capaz de revisar y repasar el contenido fuera del aula, ellos podían aprovechar el tiempo para realizar actividades. Esto permitía al alumno realizar de manera práctica los ejercicios, pero con el apoyo de su profesor y sus compañeros aprovechando mucho más el tiempo. Con esta forma de impartir clase, se cambia la ubicación donde se produce la explicación o clase magistral. El alumno viene con la lección aprendida desde fuera del aula. En la metodología tradicional, el docente explicaba como si se tratase de una conferencia durante el horario lectivo, por lo tanto, el alumnado debía tener un compromiso muy fuerte fuera del aula para poder practicar las tareas y repasar. En cambio, con esta forma de trabajar, durante el tiempo en el aula se participa, se trabaja, se interactúa, se pregunta y fuera de la misma, se produce la instrucción de los contenidos por medio de video-presentaciones o contenido digital. A esta forma de trabajar el investigador Baker (2000) lo denominó "classroom flip", y durante el mismo año otros investigadores los definieron como "inverted classroom" Lage et al. (2000).

La consolidación y la acuñación del término de la metodología “Flipped Classroom” vino por parte de los investigadores Bergmann y Sams (2012), a raíz de que los que alumnos debían faltar al aula por algún motivo, tuvieron la oportunidad de acceder al contenido que se impartía en la clase de forma virtual. La acogida de esta forma de trabajar fue extremadamente agradecida por parte del alumnado. Así pues, los docentes continuaron con su práctica. Rápidamente los docentes se dieron cuenta de que la participación de los alumnos aumentó al igual que o hizo la eficacia en el proceso de aprendizaje. Estos resultados no fueron obtenidos porque el alumnado tuviera las conferencias de los contenidos en vídeo, sino porque durante el horario lectivo en el aula, los docentes tenían una mayor cantidad de tiempo para poder trabajar y aplicar los contenidos de forma práctica, resolver dudas y no invertir mucho tiempo en explicaciones magistrales. Tal y como indican Bergmann y Sams (2012), ahora durante todo el tiempo en el aula, los alumnos podían practicar y trabajar de forma individual, consultar dudas más específicas tanto a ellos como a sus compañeros, realizar más prácticas en el laboratorio, en definitiva, aprovechar el tiempo del aula para poner en práctica los conocimientos explicados fuera de ella por medio de video-conferencias. Por lo tanto, al implementar esta forma de trabajar en las clases, los investigadores se percataron de que lo que comenzó como una ayuda para los alumnos que se tenían que ausentar, se convertía en un beneficio para todos.

Finalmente, a esta metodología la denominaron “Flipped Classroom”. Esta metodología implica grabar y compartir todo el contenido teórico a través de video conferencias para que el alumnado lo tenga su disposición todo el tiempo que quiera, y gracias a ello, pueden aprovechar el tiempo en el aula para interactuar y trabajar los contenidos con el docente y los compañeros. De esta forma, se resuelven dudas rápidamente y se trabaja de una forma más cómoda y llevadera.

Esta manera de abordar e impartir las clases ha supuesto una nueva perspectiva en la educación. A mediados de 2013 se creó también en España una red de docentes que trabajan con este modelo en su página web (<https://www.theflippedclassroom.es>). Esta clase de páginas webs o blogs ayudan a crear una red de docentes en la cual se pueden tener discusiones sobre como implementar y mejorar las practicas educativas, además de dar apoyo práctico de cómo se debe usar las tecnologías de la información y su aplicación en el aula. Aunque se están realizando investigaciones aplicadas para contrastar que los postulados de

estas prácticas educativas ayudan e incrementan el rendimiento académico y en la adquisición de competencias.

La metodología “Flipped Classroom” (su traducción literal al español sería “clase invertida”), define perfectamente cuál es la función o cómo se define esta metodología. Se basa en que, de forma individual el alumno puede trabajar fuera del aula, para que una vez en el horario lectivo pueda aprovechar el máximo tiempo a interactuar con el docente (preguntando y planteando dudas sobre el trabajo realizado de forma individual), a resolver problemas, realizar trabajo colaborativo con el resto de compañeros y compañeras. Tal y como desarrollan los autores Bergmann y Sams (2012), lo que se obtiene con la implementación de esta metodología en la asignatura de matemáticas es, por un lado, emplear el máximo tiempo que el alumnado se encuentra físicamente en el aula a la resolución de dudas con el profesor o profesora, debatir con el resto del alumnado o a la resolución de problemas prácticos relacionados con el contenido estudiado fuera del aula. Gracias a esto, la metodología “Flipped Classroom” se diferencia y adelanta con una gran ventaja frente a otras metodologías de enseñanza, ya que, el equipo docente tiene una mayor facilidad de monitorizar de forma individual y colectiva el avance de la adquisición del conocimiento y competencias. Esto sucede porque al tener esa gran cantidad de tiempo interactuando con los alumnos, el profesor recibe continuamente un “feedback” de cómo va funcionando el aula. En resumen, esta metodología lo que propone es un cambio de roles dentro del aula, principalmente porque todo el contenido que se impartía de forma magistral ahora se traslada hacia al alumnado y fuera del horario lectivo, y, por otro lado, el trabajo que tenían los estudiantes fuera del aula en la realización de tareas ahora se realiza en el aula con ayuda de sus compañeros y teniendo al profesor como guía. Por desgracia, en esta metodología no todo son ventajas, por un lado, es necesario que tanto el equipo docente como los estudiantes tengan adquiridos suficientes competencias digitales y acceso a equipos para poder trabajar en las clases y además fuera del horario lectivo. Esto supone que en determinadas ocasiones, las clases más desfavorecidas o los centros educativos con pocos recursos, no puedan implementar esta metodología. Esto puede crear una brecha incluso dentro del propia aula de los alumnos que no tenga acceso a todos los recursos económicos frente a los que sí lo tienen.

Como concluye Massut (2015) en su tesis, el FC favorece la comunicación constructiva entre alumno y el profesor, ya que, el tiempo en el aula se usa para poder resolver dudas y apoyarse en otros compañeros/as. Además, ayuda a atender a la diversidad del alumnado, ya que es más fácil la personalización de las necesidades de aprendizaje de este, sin disminuir el nivel o el ritmo de clase. Esto último es muy importante ya que el alumno/a no tiende a frustrarse cuando no entiende un concepto en el aula, ya que puede repetir las veces que necesite la explicación hasta comprender el concepto matemático.

Desde el comienzo del siglo XXI se ha mostrado un interés de cómo se podía aplicar la metodología “Flipped Classroom” en la enseñanza de las matemáticas, de si realmente tiene una mejora real en el rendimiento académicos de los estudiantes, ya que como se ha mencionado anteriormente en este trabajo, para muchos alumnos es una asignatura complicada y difícil de aprender. En la investigación realizada por Shyu (2000), se concentró en las consecuencias del uso de video tutoriales en la enseñanza de las matemáticas como en otras asignaturas, en la actitud hacia estas asignaturas y en cómo se desarrolla la adquisición de habilidades para la resolución de problemas entre los alumnos de diversos centros del país de su procedencia, en este caso Taiwán. En la investigación se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Incremento positivo en la actitud por parte de los alumnos en la asignatura de las matemáticas
- Los estudiantes vieron incrementadas sus habilidades para resolver problemas con el uso de videos tutoriales (en los que se explicaba contenido teórico), además todos y cada uno de los alumnos obtuvieron mejoras independientemente de sus capacidades iniciales en matemáticas.

Tal y como determina Massut (2015) en su tesis, todas las investigaciones como puede ser la Shyu son importantes ya que, demuestran de forma empírica e inequívoca que la metodología “Flipped Classroom” funciona y mejora las capacidades cognitivas y emocionales hacia la asignatura de las matemáticas.

Gamificación

La gamificación es una metodología que logra, mediante la práctica de juegos o ludificación, que el alumnado adquiera un conocimiento. Es importante esto en una disciplina como las matemáticas puesto que, como se ha mencionado anteriormente es una rama de la ciencia que suele tender a frustrar y crear sentimientos encontrados a lo largo de su estudio. Por ello, es imprescindible que el profesorado utilice herramientas para mantener la motivación y la atención en el aula. Es fundamental desatacar que esta metodología no es eficiente si se lleva a cabo cómo única en el aula. Es preciso utilizarla con otras de manera simultánea, ya sea aprendizaje basada en problemas o proyectos, “Flipped Classroom” o incluso metodologías de enseñanza más tradicionales. Como señala Ordás (2018) la gamificación deberá ser una metodología complementaria. Se trata de una metodología muy importante, ya que favorece la motivación y la relación del estudiante con las matemáticas. Es muy sencillo captar la atención del aula, si usamos un medio como es el juego para el desarrollo de un conocimiento. No es el uso de un juego con el mero hecho de entretener, sino para enseñar de otra forma, una forma más cercana y atractiva.

Como señala Bruder (2015) la gamificación cuenta con diversos puntos fuertes aparte del ya mencionado aumento de la motivación. Por ejemplo, aumenta la capacidad de memorización del conocimiento, el alumno es capaz de autoevaluarse ya que puede ir comprobando su avance mediante el progreso durante los juegos. E incluso al generar un ambiente relajado, incita a que el alumno sea capaz de buscar nuevas soluciones y aventurarse a realizar nuevos retos.

En la otra cara de la moneda, nos encontramos con los inconvenientes que genera el uso de esta metodología y que desarrolla Pérez de Villaamil (2018). Puede generar pérdidas de tiempo en el aula debido a la distracción que origina, existen competencias importantes que no se pueden desarrollar como la expresión oral, al realizarse a nivel grupal puede generar mucha competitividad en el aula, lo que genera problemas en el sociograma de la misma. Además, existe la posibilidad de que se convierta en una motivación pasajera, punto clave de esta metodología, si se pierde la motivación por el estímulo constante carecerá del interés y perderá su sentido.

3.2. Método Singapur

El método Singapur es una aplicación de pedagogía especializado en matemáticas que se sustenta en varias teorías. Es importante dar relevancia a esta aplicación, ya que como su propio nombre indica, se creó y desarrolló en Singapur.

Todo comenzó con los resultados que estaba obteniendo dicho país en los estudios internacionales de evaluación de los alumnos como PISA (Programme for International Student Assessment) o TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), estos estudios son de referencia mundial y por los cuales se mide la calidad de la enseñanza en los diferentes países del mundo. Es normal ver la clasificación anual en los medios de prensa audiovisual y escrita comparando la calidad entre los diferentes países. Los resultados fueron bastante negativos durante los años ochenta, por lo que decidieron cambiar el currículo de matemáticas basado en diferentes teorías pedagógicas que mejoraban el rendimiento académico. El método Singapur se ha ido aplicando en su país origen desde principio de los años ochenta. Desde sus inicios, esta metodología se ha ido expandiendo y adaptándose a diferentes países, adaptándose a su cultura y su currículo. Lo más relevante de esta metodología es que su principal virtud es en la enseñanza de las matemáticas por medio de la visualización y la resolución de problemas, olvidándose de la forma tradicional de enseñanza de las matemáticas usando la memorización y aprendizaje del procedimiento sin llegar a entender lo que realmente se está realizando. Gracias a esto último que se ha comentado, lo que se obtiene es que cada alumno pueda adquirir las competencias matemáticas (resolución de problemas, pensamiento lógico y abstracto, lenguaje matemático, etc.) de forma correcta por medio de la comprensión. Usando esta metodología se promueve que la adquisición de todas las competencias contenidas en un currículo de matemáticas sea mediante un pensamiento adecuado, obteniendo los conocimientos gracias a una comprensión lógica de lo que se está trabajando. Esas competencias matemáticas son desarrollo y comprensión lectora del lenguaje matemático, retención y desarrollo de la memoria, comprensión de las matemáticas y la resolución de problemas de la vida cotidiana utilizando la lógica y la aplicación de la materia. Una de las características más importantes del Método Singapur es que tiene un currículo en espiral, esto supone que los conocimientos se van repitiendo a lo largo de todo el material de forma gradual, así da tiempo a que se vayan consolidando y arraigando los conocimientos en el alumnado. Además, dichos contenidos se repiten, pero a

su vez se ve incrementada su dificultad cognitiva, lo que favorece la adquisición y mejora el desarrollo en los estudiantes. Esto último es lo que se puede definir en el concepto de “variación sistemática”, que es el uso del mismo tipo de problema, pero ajustando la dificultad en el momento en el que se encuentre el estudiante. Por último, uno de los pilares del Método Singapur es lo que se denomina “enfoque metodológico CPA”, el alumno entenderá mejor un concepto si lo trata desde un objeto concreto, después pasamos a una progresión pictórica y por último pasamos a lo abstracto. Este método se centra en afirmar que “La resolución de problemas es el principal foco de atención de la acción docente en clase, priorizando los procesos a los resultados y promoviendo la comprensión antes que la repetición” (Arce et al. 2019 p. 122). A continuación, se desarrolla con mayor detalle en qué teorías se basa el Método Singapur.

El método Singapur se basa en diferentes modelos y teorías de enseñanza. De ellos, podemos destacar tres autores: Bruner, Dienes y Skemp. Como se ha comentado anteriormente, este método se centra en que el alumnado no aprenda por repetición y memorización, sino que construya su propio aprendizaje “haciendo”, lo que se asemeja bastante a la corriente constructivista del aprendizaje. Con la anterior idea, Jerome Bruner (1960) establece ideas principales que se usan en el método Singapur, como el currículo en espiral y el aprendizaje basado en tres fases secuenciadas.

El currículo en espiral es el uso de los conocimientos aprendidos anteriormente en el curso lectivo para volver a afianzarlos. Por otro lado, el aprendizaje basado en fases secuenciadas. Bruner desarrolla que la adquisición de conocimientos debería ir desde una forma más manipulativa hacia una forma abstracta. De esta forma, el alumno/a es capaz de entender el proceso y comprenderlo.

Además, continuamos con las ideas de Dienes (1978), en la que introducimos los conceptos de variación sistemática y variación perceptiva. La primera se basa en desarrollarle al estudiante diferentes formas de asimilar un concepto matemático. De esta manera, el/la estudiante será capaz de elegir la manera que mejor se adapte a su propio aprendizaje. En cambio, la variación perceptiva, se puede definir como las diferentes maneras en las que se puede representar un concepto matemático.

Por último, tenemos las ideas de Skemp (1976), que nos introducen dos conceptos importantes de comprensión sobre las matemáticas: la comprensión instrumental y la

comprensión relacional. En la primera, se conocen los métodos o algoritmos para la resolución de problemas sin comprenderlo. En cambio, la comprensión relacional supone tener adquirida la comprensión instrumental pero también conocer por qué y tener la capacidad de relacionarlo con otros conceptos que ya ha adquirido. La comprensión relacional es el objetivo del método Singapur. Como desarrolla Tapia y Murillo (2020), el método Singapur consigue superar al método tradicional de enseñanza porque consigue que el alumnado desarrolle habilidades cognitivas y metacognitivas durante la resolución de los problemas. Por lo que pasamos de un conocimiento simplemente procedimental a un conocimiento relacional, además de todo ello, fomentando la motivación y el buen ambiente en el aula.

Lo que se consigue con el método Singapur, tal y como explica Fernández (2015), “Se han conseguido los objetivos planteados, además de crear un ambiente distinto en el aula de matemáticas. El alumnado ha visto con otra perspectiva el área de las matemáticas, disfrutando y divirtiéndose al trabajar los conceptos matemáticos aplicados a la vida real” (pp. 57-58).

3.3. Profesorado de matemáticas

Es importante el papel del profesorado en esta revisión sistemática, es necesario que los docentes posean ciertas características para fomentar la adquisición de conocimientos por parte del alumnado. No sirve de nada, que el profesorado tenga diversas metodologías si el error está en el propio docente. Esto se puede resumir de la siguiente manera: es clave la calidad del profesorado en la enseñanza de las matemáticas. Tanto el aprendizaje como la enseñanza de las matemáticas son procesos complejos en los que intervienen diversos factores como el entorno, el profesorado y el alumnado. A continuación, se pasa a establecer el papel del docente, como desarrolla Font (2011) la capacidad de desarrollar el pensamiento y las competencias matemáticas depende directamente de la calidad de su profesor o profesora.

Por lo tanto, el docente se tiene que preparar y tener la actitud necesaria para poder realizar su función de manera eficiente para conseguir resultados óptimos. Tal y como describe Barrio de la Puente (2004) “Es muy importante y necesaria la implicación, colaboración y coordinación entre todos los profesores del Departamento de matemáticas. Los profesores deberán estar dispuestos a innovar en métodos y mecanismos de aprendizaje” (pp. 631). El profesorado de matemáticas se deberá convertir en un profesor de gran calidad y tener un agrupamiento de diversos conocimientos que no sólo se centre en el matemático. Un profesor no sólo tiene que saber lo que enseña, debe saber enseñar y además hoy en día también es necesario tener conocimientos tecnológicos. En resumen, el profesorado de matemáticas debe tener un conocimiento matemático, un conocimiento pedagógico y un conocimiento tecnológico.

Como define Rodríguez (2010) en su tesis doctoral, el profesorado que imparte la asignatura de matemáticas tiene objetivamente una tendencia a continuar aplicando una metodología clásica. Esta clase de docente tiene unas características propias que se van a definir a continuación:

Esta clase de docente que se aproxima a la metodología clásica, suele organizar la adquisición de conocimiento de forma acumulativa y aditiva, como si fuera una suma, sin que tenga en consideración el carácter organizador de las relaciones tal y como explican en sus estudios Porlán y Rivero (1998). Esta concepción de la realidad recalca claramente en las formas de organización del conocimiento profesional. Por lo que, tiene la misma visión

acumulativa y fragmentada del conocimiento matemático, del currículo y de los procedimientos escolares. Esto lo menciona Oliva (1995) en su trabajo, el profesor que aplica una metodología tradicional no reconoce el carácter organizativo de las relaciones, ni de las interacciones de los elementos que componen el currículo. Entiende las matemáticas como un número diverso de temas que son inconexos y formalistas. Generalmente este tipo de profesor, disocia entre la práctica y la teoría, diferencia entre la actividad de pensar frente a la de hacer. Además, valora las matemáticas como un instrumento a aplicar en las otras asignaturas de ciencias y con un valor educativo intrínseco en las mismas.

El docente que esté durante esta etapa inicial de desarrollo profesional entiende el conocimiento escolar como un conocimiento académico y donde el único referente claro son las matemáticas. La actividad educativa la guiará directamente a la adquisición de los conocimientos matemáticos, organizados de tal forma que sea coherente con la estructura de la asignatura y presentada de una única premisa que obviamente la tiene el profesor. Esta forma de estructurar los conocimientos da lugar a un currículo cerrado y bien acotado, que podrá fragmentarse en partes bien diferenciadas e inconexas entre sí, en la cual el docente propondrá una línea temporal acotada y simple. No enseñará conocimientos matemáticos como realmente son, abiertos y que se relacionan entre sí, sino por el contrario como una fragmentación y diferenciación en la cual se puede tener adquirir un conocimiento y no otro de forma diferenciada. Serrado (2000) describe que existe una obsesión por parte del docente a que la programación estén centrados en los contenidos matemáticos, pero a su vez que estén organizados de forma fragmentada y descontextualizada.

Podemos diferenciar dos formas de ver el conocimiento en el ámbito matemático que determinan directamente en cómo se debería de enseñar y cómo se debe trabajar en un aula. Por un lado, tenemos a los docentes que tienen una imagen idílica de las matemáticas, mantienen que el aprendizaje deberá ser por medio de una recepción pasiva. La enseñanza de las matemáticas por parte de esta visión se basa en que la transmisión del conocimiento es directa por parte del profesor y todo se recoge en el libro de texto que se sirve de guía entre las explicaciones del profesor y las tareas a realizar pro parte del alumnado. Siguiendo con esto, el docente tiene en su visión, el convencimiento puro de que los conocimientos se transmitirán si los estudiantes escuchan y atienden completamente a sus explicaciones, siguen fielmente los procedimientos y métodos que el docente aplica. Como definen en sus

investigaciones Turtz et al. (2001), los docentes que tienen esa imagen del ámbito matemático definen que todo el compendio de métodos y procedimientos que explican y exponen en sus aulas son suficientes, que para ello no son necesarias muchas iteraciones alumno-profesor, que son ideas claras de la metodología tradicional de enseñanza.

Para los docentes que implementan una metodología clásica y magistral definen que el aprendizaje de las matemáticas se basa en adquirir memorísticamente habilidades y procedimientos. La guía que define el transcurrir del aula es el libro de texto, teniendo un gran peso las explicaciones magistrales y manteniendo en todo momento el control y comportamiento silencioso del aula. Como define Ferreira (2004) en su estudio, los profesores con concepciones instrumentalistas de la enseñanza se definen a sí mismos como instructores y su visión de la educación, es lo que se define como enseñanza tradicional. La forma de enseñar de esta clase de docentes se caracteriza por una falta de preocupación de la metodología de enseñanza. No considera importante las orientaciones metodológicas vigentes en las Leyes de Educación actuales ni a unos principios metodológicos que se alejen de su estilo. Las actividades vienen dadas por el libro de texto estándar para cada curso académico, el alumnado simplemente repite el procedimiento a aplicar para la resolución de la actividad que el docente ha mostrado previamente. Por lo tanto, la resolución de problemas se convierte en una tarea repetitiva, casi sin demanda cognitiva por parte del alumno, con una aplicación simple directa e inmediata, ya que, se ha mostrado el procedimiento escasos minutos previos. Las actividades son aisladas ni con una variación sistemática de la dificultad que se adapte a la demanda cognitiva de una forma progresiva. En resumidas cuentas, el docente se basa en el libro de texto de forma acotada sin variar ni un ápice ni adaptarse a las demandas que le plantea el aula.

El trabajo en el aula siempre se realiza de forma individual, aunque estén sentados por parejas, así que toda la acción se realiza en torno a la pizarra y la figura del profesor. Esta clase de docente, no practica diferentes formas de agrupaciones en el aula, que no sea la individualizada, ni la interacción entre los alumnos, al igual que no considera que dentro del aula existan diferentes ritmos de aprendizaje, por lo que, existe la misma organización del tiempo para toda el aula sin distinción. Para la exposición del contenido se realiza de forma magistral, tomando el profesor un rol protagonista. Por lo tanto, los alumnos deben poner toda su atención en las explicaciones que realiza el docente y estar activos en las actividades que

sugiere. Eso sí, los estudiantes no participan en la construcción propia del conocimiento, siempre tendrán un rol secundario. Todo el peso de la enseñanza recae en el profesor, todo pasa por él o ella, si el alumno sigue sus pautas aprenderá, si no lo hace no podrá adquirir las competencias. Por lo tanto, el docente es el único que tiene el control del proceso de enseñanza y aprendizaje. Por esta razón, los profesores que aplican esta metodología clásica necesitan imperiosamente el control y orden del aula, si no lo tienen, su proceso de enseñanza se desmorona.

Su forma de evaluar tal como indica Rodríguez (2015) es sancionadora. Esto significa que principalmente la evaluación es calificadora y específica de los contenidos impartidos. La evaluación se extrae prácticamente de la realización de pruebas únicas como son los exámenes que son realizados al final de un periodo largo de tiempo, como puede ser un trimestre. Este tipo de pruebas solo evalúan la capacidad de repetición de procedimientos aprendidos de forma mecánica sin un proceso cognitivo profundo y sin comprender lo que se está realizando. Priorizando siempre el resultado del producto frente al procedimiento del mismo. Además, en este tipo de evaluación siempre el evaluador es el docente y los alumnos son los únicos que son evaluados.

Tal como afirma Rodríguez (2015) la tendencia didáctica debería de tender a buscar un tipo de docente que emplee una metodología de enseñanza constructivista e innovador, con un perfil profesional que aparte de ser docente también se interese en investigaciones actuales de enseñanza. El profesor que tenga esa inquietud y desarrolle ese nivel de desarrollo en su profesión tendrá un planteamiento crítico y verá al conocimiento con una visión dinámica y evolutiva que se puede definir en los siguientes puntos:

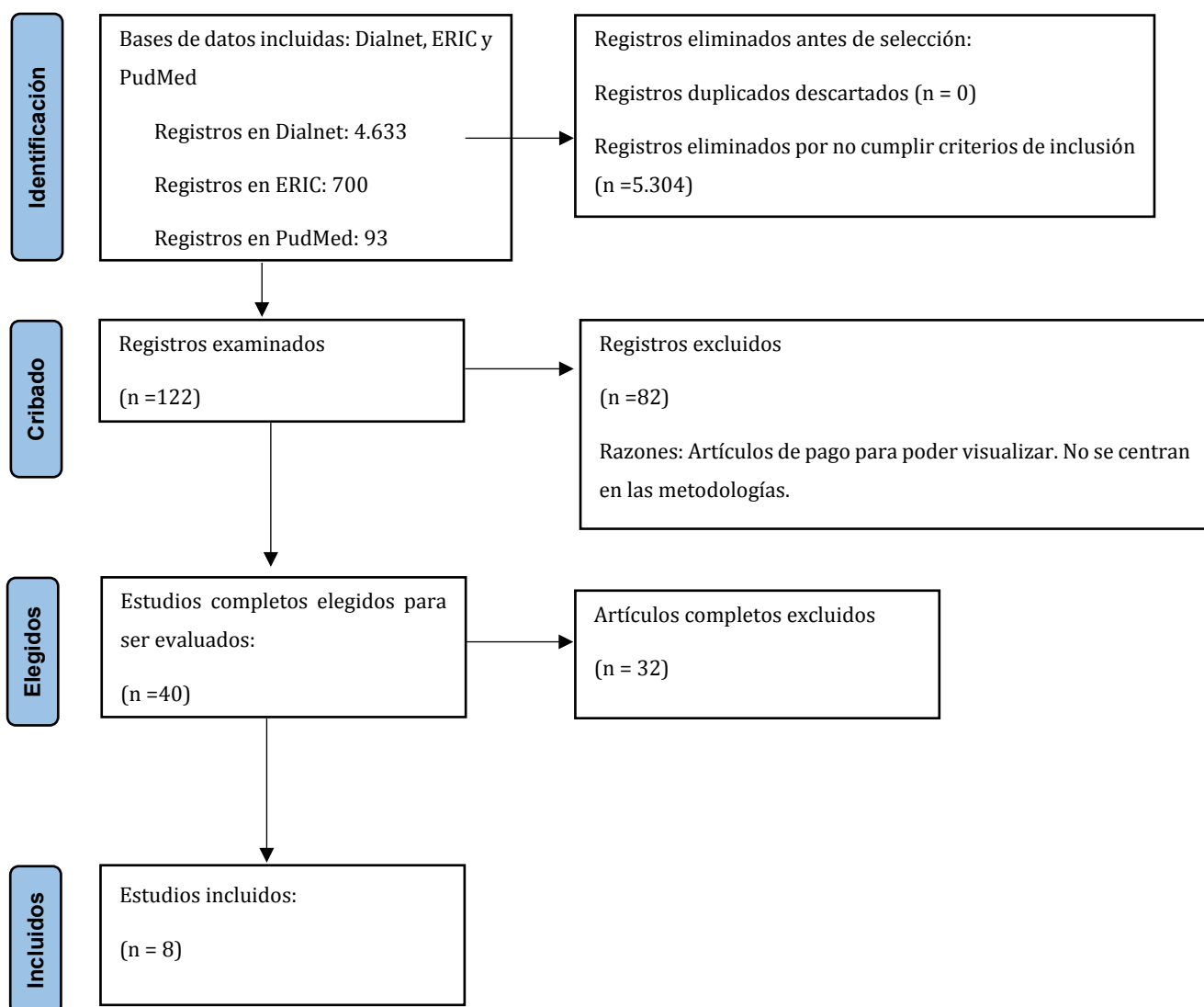
- Percibir el mundo escolar de forma completa para poder realizar un análisis, comprenderlo y luego actuar en consecuencia.
- Tendrá una visión del conocimiento relativista y no solamente enfocado al conocimiento matemático.
- Capacidad de realizar cambios y adaptarse a las situaciones a lo largo de su desarrollo profesional en el tiempo.
- Tener un carácter abierto frente a la complejidad de los problemas escolares y la aplicación de investigaciones reciente para la resolución de dichos problemas.

- Predisposición al desarrollo de la autonomía de los docentes y del alumnado, cada uno en sus roles.
- Tolerancia y respeto crítico a la diversidad.
- Una construcción compartida del conocimiento profesional y escolar basada en datos y argumentos y no en principios de autoridad y en relaciones de poder (Porlán & Rivero, 1998).

Estas características se deberían aplicar en todos los ámbitos de la educación para evitar cada vez más la tendencia clásica.

4. Resultados y análisis crítico

Para el presente trabajo de revisión bibliográfica, se mostrará una figura de búsqueda de documentación necesaria para la misma. En dicha figura, queda representada la identificación de los documentos, incluyendo el número de documentos encontrados en cada motor de búsqueda. Por otro lado, un apartado de cribado en el que se contabilizan el número de registros examinados y el número de documentos excluidos, indicando la razón de su exclusión. Además, se indica la cantidad de estudios completos para ser evaluados y, por último, el número de estudios incluidos.



A continuación, se mostrará una tabla indicando y categorizando las principales características de todos los documentos incluidos para la realización del presente trabajo de revisión sistemática.

Tabla 4. Principales características documentos incluidos

Autoría	Etapa Escolar	Tipo de intervención	Muestra	Valoración resultados
Fernández, A. (2010)	Educación Secundaria	Análisis profesores noveles en la aplicación metodologías	5	Favorables
Massut, M. (2015)	Educación Secundaria	Análisis aplicación “Flipped Classroom”	8	Favorables
Fernández, D. (2017)	Educación Primaria	Aplicación Método Singapur enseñanza fracciones	3 cursos académicos	Favorables
Tapia, R., Murillo, J. (2020)		Uso del método Singapur		Favorables
Vega, M. (2012)	Educación Secundaria	Aplicación metodología basada en proyectos enseñanza de la estadística	27	Favorables
Antón, Á., Sánchez, M. (2020)	Educación Secundaria	Aplicación metodología mixta Flipped Classroom y basado en proyectos	50	Favorables
Fornons, V., Palau, R. (2016)	Educación Secundaria	Aplicación metodología Flipped Classroom	52	Favorables
Roa, J. (2021)	Educación Secundaria	Evaluación implementación de la Gamificación	165	Inconclusas

Con la investigación realizada por Fernández (2015) en la que aplicó en España en tres grados diferentes el método Singapur pudo concluir que, con la aplicación de dicho método, el interés del alumnado se vio incrementado por la asignatura de matemáticas y el trabajo de la misma de forma grupal. Además, obteniendo mejores resultados en la asignatura en los grados en los cuales aplicó el método. Además, como indica Tapia y Murillo (2020), la

implementación del Método Singapur en colegios de Barranquilla desde 2012, ha producido un incremento de la adquisición de competencias matemáticas evaluadas con más de un 62%, tal y como se vio reflejado en el estudio de Mamani (2018). Al igual que en Chile, donde han aplicado un proyecto con la Metodología Singapur en más de cien escuelas y donde han obtenido leves avances a pesar de no tener todo el material necesario ni tener capacitado completamente al equipo docente. Pudiendo concluir que el Método Singapur funciona, mejorando tanto el proceso de adquisición de conocimientos matemáticos como en la motivación y trabajo colaborativo del alumnado.

Por otro lado, como se ve reflejado en la tesis de Massut (2015), que realiza una investigación aplicada de la metodología “Flipped Classroom” a diferentes alumnos que realizan el curso de 1º de Bachillerato aplicado al aprendizaje algebraico. Se puede comprobar que alcanza resultados satisfactorios en varios de sus objetivos, contestando y ratificando varias de sus conclusiones. En primer lugar, que el modelo “Flipped Classroom” favorece que el aprendizaje sea continuo, ya que, teniendo libre acceso de consulta a los materiales pueden trabajar de forma autónoma dentro y fuera del centro escolar. Desarrolla que cualquier alumno que faltara a clase, era capaz de acceder rápidamente al material que se había impartido en dicho día que se ausentara, evitando lagunas. En el cuestionario que realizó al final de su investigación, más de la mitad de la población del estudio comentaron que volvieron a acceder al material didáctico varias veces incluyendo los ejercicios resueltos. Con el objetivo de repasar o estudiar para los exámenes y aclarar dudas. Esta conclusión ratifica la investigación de Bergmann y Sams (2012) la cual afirma que la metodología de “Flipped Classroom” ayuda al alumno que tiene carencias en el proceso de aprendizaje, ya que, simplemente por tener acceso libre al material didáctico, el alumno, de forma autónoma, y a su propio ritmo puede subsanarla y tener un buen proceso de aprendizaje.

Durante la investigación y el estudio de los casos de Massut (2015) se ha comprobado que favorece la enseñanza y el aprendizaje del álgebra que tienen deficiencias en el aprendizaje matemático usando la metodología del “Flipped Classroom”. Donde se ha podido observar que alumnos con notas deficientes, después de usar esta metodología han mejorado sus notas y su proceso de aprendizaje, permitiéndoles ir a su propio ritmo, ya que siempre

tenían disponibilidad del material didáctico, pudiendo consultar dudas siempre que lo requiriesen y pudiendo organizar su estudio de forma correcta y autónoma.

La autora corrobora sus resultados con los obtenidos por Greg Green (Green, 2012), el cual aplicó la metodología del “Flipped Classroom” durante un año y medio en su centro, viendo cómo el número de suspensos se vio reducido un 31%. El papel del docente en la aplicación del “Flipped Classroom” favorece la detección de las dificultades en el aprendizaje, por medio de los cuestionarios en línea, como indica Massut (2015) el docente es capaz de comprobar con tres respuestas si el alumno ha comprendido el material didáctico impartido o no. Además, puede concluir que dicha metodología es una gran herramienta para el docente, ya que gracias a ella puede detectar rápidamente y de manera individual, problemas en el aprendizaje del contenido que, comparándolo con otras metodologías, llevaría más tiempo de detectar o siempre pasarían desapercibidas.

Otra de las conclusiones que se pueden obtener del estudio de Massut (2015), es que construye y favorece la interacción alumno-profesor o con otros alumnos. En su cuestionario final obtiene como resultado que el 80% de la población estudiada describen que todas las actividades realizadas en grupo o en tutoría favorecen la interacción y la ayuda entre iguales, compartiendo ideas y llegando a una conclusión en común. Además, la comunicación alumno-profesor aumenta ya que, durante la clase en el aula se presentan todas las dudas de los alumnos y se emplea gran tiempo de clase para ello. De esta forma, el docente tiene la capacidad de observar el grado de comprensión de los conceptos de forma directa y rápida.

En resumen, la metodología “Flipped Classroom” según la tesis de Massut (2015) favorece la enseñanza de las matemáticas, el proceso del aprendizaje del alumnado, incrementa el trabajo autónomo e incrementa los resultados académicos en la asignatura.

Por otro lado, en la tesis de Vega (2012), donde realiza una investigación sobre el aprendizaje estadístico en la educación secundaria mediante la aplicación de la metodología de aprendizaje por proyectos, determina varias conclusiones importantes. Su investigación se ha centrado en evaluar la evolución que aparece en las competencias claves y de estadísticas en el alumnado, usando una metodología educativa alternativa a la que se viene utilizando en

los centros educativos de secundaria españoles. Los resultados obtenidos hacen referencia a fomentar el trabajo colaborativo para aumentar la motivación del alumnado y la participación del mismo. Dicho trabajo colaborativo se puede conseguir por medio de una metodología que fomente dicha colaboración como el aprendizaje por medio de proyectos.

En cuanto a la adquisición de conocimientos matemáticos relacionados con la estadística, se concluye que se ha mejorado en la adquisición de conocimientos como la comprensión de la información estadística, el dominio de gráficos y conceptos estadísticos. El alumnado desarrolla una mejoría en el desarrollo y el proceso de aprendizaje de los conocimientos estadísticos.

Sin embargo, la autora determina que el tiempo de implementación y el grupo de estudio es muy pequeño, por lo que los resultados no se pueden generalizar. Esto es una limitación que podemos ver en otros estudios relacionados con la implementación de otras metodologías de aprendizaje que no son propias de las que se practican durante mucho tiempo en nuestro país y en el resto del mundo.

En el análisis de la implementación de la gamificación como metodología activa y parte presente como recurso en la enseñanza de las matemáticas. El artículo de Roa (2021) analiza diversos datos de la implementación de esta metodología dentro de los centros de Educación Secundaria de nuestro país. En primer lugar, analiza cómo se implementa, es decir, si se realiza de forma superficial, meramente como un entretenimiento o, por el contrario, como una metodología activa para afianzar conocimientos. En otro punto, analiza qué tipo de centro lo realiza con mayor frecuencia, diferenciando entre centros públicos o concertados-privados. Este último tipo de centro gana en porcentaje de implantación como en porcentaje de implantación como metodología activa, frente a los centros públicos que lo utilizan de forma escasa y de manera superficial. Por desgracia, tal y como define Roa (2021) no hay suficientes estudios que puedan dictaminar la mejora de los resultados académicos con el uso de esta metodología activa. Por lo que a pesar que de forma teórica encontramos ante una metodología prometedora como desarrolla Bruder (2015), pero que no se puede cuantificar y evaluar los resultados por el momento, por la razón que se ha mencionado anteriormente.

En consonancia con lo analizado anteriormente para cada una de las metodologías estudiadas por separado, también encontramos la investigación de Antón y Sánchez (2020) que aplica una mezcla de la metodología “Flipped Classroom” junto con el aprendizaje basado en proyectos. Sus conclusiones cercioran que una combinación de estas metodologías funciona para la enseñanza de las matemáticas, ya que han conseguido sumar los beneficios didácticos de cada una de ellas. Además, en la muestra de alumnos en la que se aplicó se consiguió una buena aceptación y se obtuvieron buenos resultados académicos. Al igual que el resto de documentos analizados podemos ver que la investigación tiene limitaciones (pequeño grupo de muestra, investigación cuasiexperimental), por lo que los autores proponen en futuras líneas de investigación aplicar este “mix” de metodologías en otros niveles y en una mayor muestra, con el fin de confirmar los resultados ya dados.

Por último, sobre nuestro objetivo de analizar el papel del docente en la implementación de nuevas metodologías para el aprendizaje de las matemáticas, nos podemos centrar en la investigación y el estudio de caso de Rodríguez (2010) en el que analiza y estudia a varios profesores noveles durante la implementación de metodologías innovadoras y su repercusión en el aula en varios aspectos. Ha evaluado el uso de la detección de ideas de los alumnos, la secuencia de actividades y tipología de las mismas, el uso de diferentes recursos, la gestión del aula, su papel en el proceso y el apartado de la evaluación.

En los casos estudiados, los docentes han experimentado con el uso de diversos recursos didácticos intentando aplicarlos en el día a día del aula, pero consideran que usar dichos recursos en un aula es un reto, ya que, tienen miedo a perder el control del aula.

Rodríguez (2010) argumenta que los profesores noveles tienden a ser más innovadores e idealistas, pero a la hora de la verdad ven un obstáculo implementar y usar nuevas metodologías cada día en el aula. Durante el estudio, los docentes han dado una respuesta satisfactoria a implementar diversidad de recursos, aunque en un primer instante generara un problema interno, porque al final no han perdido el control del aula durante la implementación de dichas metodologías alternativas. Además, han fomentado la implicación y motivación por parte del alumnado, pero en contrapartida no han conseguido incrementar el trabajo fuera del aula.

En cuanto a la gestión del aula, el grupo docente estudiado ha utilizado diversas formas de agrupamiento del alumnado, para favorecer así el trabajo colaborativo, aspecto muy importante dentro de las metodologías innovadoras de enseñanza. Han probado las agrupaciones: gran grupo, pequeño grupo y parejas combinándolo con el trabajo individual. De esta forma, han conseguido un buen ambiente para la participación del alumnado. Por otro lado, los docentes se han dado cuenta de que el alumnado no ha estado preparado para trabajar diariamente en grupo, ya que normalmente solo conocen las clases magistrales. Esto dificulta que el alumnado desarrolle completamente el aprendizaje hasta que no se habitúe al trabajo colaborativo.

Esto conlleva tiempo y un esfuerzo extra tanto para el docente como para el alumno. En otro de los aspectos, como es el papel del docente durante el uso de estas metodologías, cada docente se ve como un rol de guía en el papel del aprendizaje y sus acciones están siempre guiadas a la resolución de tareas y el apoyo del estudiante. Pero en los estudios de caso, el docente no ha podido saber escuchar al alumnado, y sus respuestas a los alumnos han sido informativas o evaluadoras, no han conseguido dar respuestas que ayuden al alumnado a favorecer su trabajo autónomo ni a que incremente su trabajo cognitivo durante las tareas. Siempre, al implementar nuevas metodologías, los docentes intentan que el aprendizaje sea centrado en el alumno, pero en la práctica y durante la investigación se ha visto que la enseñanza está centrada en el profesor, aunque no sea su intención. Al final el docente tiene la potestad de decidir qué contenidos son los que se van a impartir en el aula y cómo se evaluarán los mismos. Esto confirma la investigación de Patterson (2002) en la que dictamina que, en el ámbito profesional del docente, es necesario que el profesor tenga el control absoluto de lo que ocurre en el aula, alejando ese aprendizaje centrado en el alumno y perdiendo ese protagonismo.

Por otro lado, durante la investigación, se ha observado que el equipo docente ha intentado darle importancia del descubrimiento de los conceptos al alumnado. Han conseguido evitar muchas explicaciones magistrales y, por medio de las actividades, que el alumnado vaya desarrollando el proceso de aprendizaje necesario para la adquisición de los conocimientos y competencias que el docente quiere que aprendan.

Respecto a la evaluación, los docentes, aplicando estas nuevas metodologías, pretenden evaluar su proceso de aprendizaje, evitando las evaluaciones tradicionales e implementando una evaluación continua real. También han pretendido que el alumno participe en su proceso de evaluación, evaluando su experiencia de aprendizaje, pero con la condición de que no han intervenido en su calificación.

En resumen, en la investigación de Rodríguez (2010) se puede ver que el papel del docente para la implementación de metodologías innovadoras no es tarea sencilla, supone una gran carga de trabajo para el docente que quiera impartirlo. En primer lugar, no hay un material preparado, por lo que el profesor deberá preparar dicho material y poder adaptarlo a cada aula de forma específica con el objetivo de atender a las necesidades de cada grupo de alumnos. Además, es difícil atender a tanta demanda por parte de los alumnos cuando los conocimientos quieren que se aprendan por descubrimiento. Esto puede llegar a desbordar al docente con tanta demanda. Además, es importante entender que los alumnos por su parte tampoco están preparados para recibir metodologías innovadoras. Ya que, no están acostumbrados a realizar trabajo colaborativo ni a trabajar de forma autónoma. Por lo tanto, es difícil implementar todo ello, se ven desconcertados al verse involucrados en actividades a las cuales no están acostumbrados y se frustran al verse solos sin la ayuda del docente.

Con lo anteriormente mencionado en los estudios y documentos encontrados, se extraen los objetivos propuestos en este trabajo:

- Se han analizado las diferentes metodologías que se están investigando y aplicando en la enseñanza de las matemáticas en educación secundaria.
- Se ha analizado que metodologías como la gamificación, “Flipped Classroom”, aprendizaje basado en proyectos o el método Singapur, los resultados académicos son satisfactorios y además aumentan la motivación e interés por la asignatura de matemáticas.
- Se determina que el papel del docente en la implementación de dichas metodologías es de vital importancia y debe de tener unas características determinadas.

Podemos afirmar que los documentos van en una misma dirección, no se detectan variaciones de los resultados en diferentes publicaciones, pero tienden a repercutir en el mismo problema. Dicho problema es el tamaño de la población de estudio, por lo que es una limitación importante ya que no se puede generalizar ni extrapolar a poblaciones mucho más grandes. Esto es importante puesto que, en cada población hay muchos factores y variables que podrían diferir mucho en los resultados, aunque estos siempre sean positivos.

5. Discusión y conclusiones

Presentamos la discusión y las conclusiones de este trabajo de revisión sistemática sobre las metodologías para la enseñanza de las matemáticas en Educación Secundaria. Es importante realizar esta revisión, ya que siempre la asignatura de matemáticas ha sido y sigue siendo una asignatura tabú, una asignatura que genera rechazo entre el alumnado. La forma de enseñar dicha asignatura es la que genera dicha falta de empatía. Con la revisión de varios estudios en el uso de metodologías innovadoras podemos analizar los factores que pueden hacer que esa forma de enseñar sea óptima. Por otro lado, es importante establecer cómo es y qué debería hacer el docente en el uso de dichas metodologías. Antes de comenzar con la discusión de resultados, recordamos los objetivos de este trabajo:

- Analizar si las metodologías innovadoras aplicables a la enseñanza de las matemáticas pueden mejorar el proceso del aprendizaje del alumnado en Educación Secundaria.
- Identificar y analizar si con las metodologías como son el aprendizaje basado en proyectos o en investigación, aula invertida o aplicación del Método Singapur se pueden obtener mejores resultados en el desarrollo de las competencias relacionadas con las matemáticas.
- Analizar el rol del docente para la implementación de metodologías adecuadas para la enseñanza de las matemáticas.

5.1. Discusión de los resultados y revisión de los objetivos

Los dos elementos centrales de la discusión son indicar qué significan los hallazgos identificados en la sección de resultados y cómo estos hallazgos se relacionan con lo conocido hasta entonces.

En primer lugar, los hallazgos encontrados en el apartado de resultados de este trabajo determinan que el uso de metodologías como el aprendizaje basado en proyectos, “flipped classroom” o el Método Singapur obtienen buenos resultados académicos, contribuyen a adquirir las competencias requeridas en la asignatura de matemáticas y fomentan y desarrollan el interés y la motivación por parte del alumnado en dicha área. Todos los estudios revisados realizan una investigación y una comparación entre lo actual frente a los cambios realizados propios de la investigación. Todos ellos han reflejado un resultado satisfactorio frente a la situación inicial. Lo que tenemos en frente, es la solución a un problema la cual no

se está empleando por diferentes motivos. Motivos que nombraremos más adelante ya que interviene el papel del docente y determinaremos la discusión y conclusiones más adelante.

Algunas de las investigaciones en las que observamos resultados favorables son las de Fernández (2015), Massut (2016) y Vega (2012). Estas demuestran que la motivación e implicación del alumnado en el área de matemáticas, durante la aplicación de metodologías diferentes a las convencionales, crece

Una de las principales ideas de estas metodologías se centra en hacer partícipe al alumno de su propio aprendizaje. Gracias a esto, logramos que la adquisición de conocimientos sea más sencilla y completa. Cada metodología tiene sus ventajas y desventajas, hay puntos fuertes y débiles en cada una de las mismas, pero queda demostrado que para la enseñanza de las matemáticas funcionan y son efectivas.

Sólo se han realizado estudios, al menos en España, para cursos aislados o periodo de tiempo cortos (analizando partes del temario de la asignatura). Se puede afirmar que el siguiente paso lógico en todo esto es determinar e investigar para diferentes cursos académicos qué metodologías serían las óptimas para enseñar las diferentes competencias matemáticas. No solo quedarnos en una, sino aplicar y utilizar los recursos ya contrastados y aprovecharlos para obtener el máximo resultado, que como docentes es el objetivo prioritario.

Anteriormente, se había comentado el papel del docente en la implementación de las metodologías para la enseñanza de las matemáticas. Como se ha visto en el apartado de resultados de este trabajo, el rol del docente se ha analizado en varios aspectos como: la detección de ideas de los alumnos, la secuencia de actividades y tipología de las mismas, el uso de diferentes recursos, la gestión del aula, su papel en el proceso y el apartado de la evaluación. En el estudio, analizando las variables mencionadas aplicadas por profesores implementando metodologías innovadoras de enseñanza, todos los docentes estudiados se enfrentaron con el mismo problema: el miedo propio a implementar nuevas formas de enseñanza y perder el ansiado control del aula.

En el oficio de docente existe la creencia que el profesor “duro” es el buen profesor, el aula en silencio es el aula ideal, la clase magistral donde el protagonista es el profesor es la forma idónea de enseñar. Se ha comprobado todo lo contrario, se obtienen mejores resultados alejándonos de dicha creencia. Los docentes analizados durante el estudio,

corroboraron que tenían ese miedo, pero aplicando las metodologías innovadoras tampoco perdieron el control de la clase.

Implementando metodologías que permitían el trabajo de forma colaborativa, obtenían buenos resultados en la actitud y rendimiento del alumnado, aunque este no estuviera habituado a trabajar de esta manera. Tampoco estaba acostumbrado a tomar un papel activo en su propia enseñanza ni en el aula. Habría que hacer una reflexión generalizada de por qué los docentes tienen ese miedo de pérdida del control del aula, de demostrar que se pueden implementar nuevas metodologías y cómo hacerlo de forma correcta. De intentar cambiar ese estigma y avanzar hacia una educación innovadora y vanguardista donde el protagonista deba ser el alumno para poder crear esa motivación intrínseca tan necesaria para obtener los resultados esperados. Debe ser un consenso propio del profesorado aplicar estas metodologías y avanzar. Esta manera de concebir la educación implica un cambio lento y progresivo y un trabajo más exhaustivo por parte de los docentes. Sin embargo, es necesario tener en cuenta los beneficios que supone para el alumnado.

En definitiva, se han revisado los objetivos planteados en este trabajo de revisión sistemática. Si consideramos los dos primeros objetivos, queda bastante claro que con las metodologías innovadoras mencionadas (Flipped Classroom, Aprendizaje basado en proyectos, ...) se consiguen resultados satisfactorios para el aprendizaje de las matemáticas y en el interés del alumnado en la asignatura. De esta manera, el docente alcanza uno de sus principales objetivos: el aprendizaje satisfactorio de su alumnado y que este sea partícipe del mismo.

Supone un esfuerzo extra, pero a la larga las dos partes obtienen resultados. Por un lado, el alumno tendrá una buena formación y el equipo docente cumple con su objetivo y vocación de forma satisfactoria.

5.2. Conclusiones e implicaciones prácticas

Tras la revisión realizada en este trabajo, podemos extraer varias conclusiones, así como implicaciones prácticas en el ámbito de la educación. En primer lugar, queda bastante claro que el uso de metodologías innovadoras frente a una metodología más clásica y magistral, funciona generando mejores resultados en la adquisición de competencias matemáticas. Por lo que, se debería avanzar y formar a los docentes para la implementación

de estas metodologías en sus aulas en las escuelas e institutos de nuestro país. Es un paso complicado de llevar a cabo con todo lo que conlleva, pero es responsabilidad de promociones actuales y futuras de docentes fomentar el uso de las mencionadas metodologías. Por otro lado, la implementación de estas metodologías ayudaría a reducir la concepción que una gran parte de la población tiene acerca de que la asignatura de matemáticas es difícil de aprender y comprender, que se debe trabajar individualmente y que solo es posible adquirir los contenidos mediante la repetición y, por lo tanto, se trata de un área tediosa. Es necesario cambiar ese estigma y conseguir que el alumnado pueda tener una motivación y llegar a disfrutar del aprendizaje de las matemáticas, acercaselas a la vida cotidiana.

Por último, el rol del docente en este uso de metodologías innovadoras es extremadamente relevante. En primer lugar, porque se le exige mucho más al docente. Ese trabajo extra implica mayor preparación de recursos, mayor demanda por parte de los alumnos en el aula y mayor demanda a la hora de gestionar el aula y los recursos que usa para llegar al objetivo final, que no deja de ser que el alumnado adquiera todas las competencias, en este caso, matemáticas, que se requieren en su educación.

A continuación, se lista una serie de implicaciones prácticas que se pueden extraer de esta revisión sistemática:

- 1. La aplicación de metodologías innovadoras como el aprendizaje basado en proyectos, “flipped classroom” o el método Singapur tienen un efecto favorable en la adquisición de competencias matemáticas.**

Con la aplicación de metodologías innovadoras se ha demostrado que el alumnado es capaz de obtener todas las competencias matemáticas exigidas, incluso obteniendo mejores resultados que con metodologías convencionales. Además, con el uso de estos recursos, los alumnos y alumnas son capaces de adquirir competencias transversales y multidisciplinares.

- 2. La aplicación de metodologías innovadoras mencionadas anteriormente favorece la motivación y el interés del alumno por las matemáticas.**

Usando dichas metodologías, se demuestra que el conjunto del alumnado toma una actitud positiva y motivada frente a la asignatura de las matemáticas. Gracias al uso de las mismas y a tomar un rol más importante en su educación. El trabajo colaborativo, fomentado

en el uso de estas metodologías, incrementa la motivación, la participación y ayuda a reducir el estigma de que las matemáticas son una asignatura difícil de comprender.

3. El docente debe implementar metodologías innovadoras sin miedo a perder el control del aula.

Los docentes no deben tener miedo de implementar metodologías innovadoras huyendo de la metodología clásica implementada al impartir la asignatura de matemáticas, por el simple hecho de perder el control de la clase. Se ha demostrado que se consigue un buen ambiente en el aula usando estas metodologías y se consigue ser productivo y gestionar correctamente el tiempo empleado durante las sesiones de clase.

4. El docente debe conseguir que el alumno adquiera un rol más importante en su propio aprendizaje.

Hay que cambiar el paradigma de que el profesor debe ser el actor principal en el aula, hay que conseguir que el alumnado sea el protagonista en su propio aprendizaje. El profesorado deberá ser un guía y acompañante durante el proceso de aprendizaje, para que el propio alumno consiga que el aprendizaje se adquiera por descubrimiento y de la forma más autónoma posible. De esta forma, el alumno o alumna pueda obtener de forma intrínseca la motivación necesaria para adquirir las competencias en su aprendizaje.

5.3. Limitaciones

En este trabajo podemos encontrar las limitaciones propias de los estudios encontrados. Realizar un estudio de una metodología en concreto resulta muy complicado. En primer lugar, el estudio generalmente tiene en cuenta una muestra de una población pequeña (uno o varios cursos, ni siquiera llega a ser un centro educativo entero), la duración del mismo estudio es pequeño (como máximo un curso académico), por lo que no se tienen en cuenta muchos factores: la localización del centro, nivel socio-económico de las familias, nivel de formación del docente y experiencia, continuidad en la utilización de dichas metodologías, etc.

Otra de las limitaciones que se han encontrado para la realización de esta revisión sistemática, es la dificultad de encontrar documentos en abierto de investigaciones. Sobre todo, en idioma extranjero, de revistas de prestigio sobre la utilización de nuevas metodologías en la enseñanza de las matemáticas y su repercusión en alumnos de Educación

Secundaria. Generalmente la documentación sobre este tipo, además de no ser accesible, se centra en la educación a edades más tempranas como la Educación Infantil y Primaria.

Además, ninguno de los documentos encontrados hace referencia a la combinación de diversas metodologías innovadoras para la enseñanza de las matemáticas. Se especializan en una sola metodología y lo aplican sólo a una pequeña parte de la enseñanza de las matemáticas. Lo ideal sería tener investigaciones que no solo usen una metodología en concreto, sino que usen una mezcla de las mismas durante todo un curso académico, optimizando cada una de las metodologías en función del tema a tratar y ajustándose al proceso de aprendizaje requerido para adquirir las competencias necesarias. Teniendo investigaciones de este tipo probando y ajustándose al temario que se impartirá durante el curso académico, se podrían obtener conclusiones claras y precisas sobre qué metodologías funcionan para cierto tipo de temario y cuáles no son tan buenas. Esto último, no implica que no sean efectivas, sino que lo ideal sería obtener las más acordes y las que planteen mejores resultados. Al final durante todo este trabajo, estamos comparando y analizando sólo el uso individualizado de metodologías para usos concretos cuando la opinión del autor es que lo ideal sería diseñar un compendio de las metodologías innovadoras en función del tema a tratar y durante todo el curso académico.

Está claro que la educación no es una ciencia exacta y establecer metodologías cerradas para diferentes temas sin tener en cuenta la variabilidad que existe dentro de un aula es absurdo. Pero es importante analizar qué es lo que pretendemos conseguir y para qué, y por desgracia aún no existe el número de investigaciones y documentos necesarios para realizar dicho análisis concreto y en profundidad.

5.4. Prospectiva

Para futuras investigaciones se plantea, por un lado, realizar la investigación en un centro que pueda servir de referencia y que se pueda extrapolar a muchos más centros, una investigación para todos los cursos posibles y durante una larga duración la implementación de nuevas metodologías de enseñanza en las matemáticas. Generar diversas modalidades o conjunto de metodologías y que se implanten en todos los cursos y ver la evolución y reacción tanto de los profesores como de los alumnos a largo plazo. Es entendible que sería muy complicado realizar una investigación de esta forma, pero incluso se podría proponer realizarlo de forma interdisciplinar en un centro que esté dispuesto, incluyendo a profesores

y a familias, a fomentar una educación innovadora. Una educación que se ha demostrado en pequeñas investigaciones que funciona y da buenos resultados, o tener como referencia un país como Singapur, donde los resultados han sido satisfactorios.

Así pues, se propone para una futura investigación o tesis en primer lugar, determinar y ajustar qué metodologías son óptimas para según qué modalidad de las matemáticas se quiere enseñar. Por ejemplo, el aprendizaje basado en proyectos ha dado buenos resultados para la enseñanza de la estadística, ya que, los alumnos pueden manejar diferentes conceptos de estadística, realizar encuestas, establecer gráficos en forma de proyecto y trabajar de forma autónoma. En el caso de enseñanza de lenguaje algebraico, la metodología “flipped Classroom” ha dado resultados positivos, por lo que sería ideal establecer para diferentes cursos académicos, un compendio de metodologías que sean óptimas para cada temática de las matemáticas. De esta forma obtendríamos una guía “perfecta” de aplicación de metodologías innovadoras para la enseñanza de las matemáticas.

Una vez se haya diseñado dicha guía “ideal” contrastada lo ideal sería establecerla en diversos centros con diferentes características y poder observar su evolución a lo largo del tiempo y comprobar que los resultados van mejorando. En resumen, los pasos futuros sobre esta temática son establecer teóricamente una guía o compendio de metodologías y recursos en función del curso académico y del temario a tratar para, posteriormente, poner en práctica dicha guía en diversos centros y cursos académicos para comprobar a largo plazo que lo que se ratifica en periodos cortos de tiempo se puede establecer de forma estable para la enseñanza de las matemáticas.

Las aplicaciones prácticas que podemos implementar viendo los resultados y análisis realizados en este trabajo son varios. En primer lugar, ha quedado demostrado que con la aplicación de metodologías innovadoras se obtienen mejores resultados académicos en los alumnos. Además, el uso de dichas metodologías mejora la visión que tienen los alumnos sobre las matemáticas. Pasamos de tener una asignatura odiada a convertirla en una fuente de interés y motivación. Por último, el papel del docente en dicha implementación y enseñanza de las matemáticas es fundamental, ya no solo en el uso de metodologías innovadora sino en clases magistrales. Siempre intentar usar nuevos recursos y metodologías para fomentar el trabajo colaborativo, la motivación y los resultados académicos sin el miedo propio a perder el control del aula. Resulta imprescindible que el docente de un paso hacia

adelante a salir de los dogmas propios del oficio. Al principio resultará muy complicado, ya que el alumnado no está preparado para trabajar de forma colaborativa ni a adoptar un rol de protagonismo en su propia educación. Pero ha quedado demostrado que, a largo plazo, los alumnos tienen una mayor motivación, el aula sigue funcionando con unas normas adecuadas de comportamiento y se obtienen mejores resultados.

6. Referencias

- *Antón, Á., Sánchez, M. (2020). Metodología mixta Flipped Classroom y aprendizaje basado en proyectos para el aprendizaje de la geometría analítica en secundaria. *Enseñanza & Teaching*, 32(2), 135-156. <https://doi.org/10.14201/et2020382135156>
- Arce, M., Conejo, L., Muñoz, J. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Editorial Síntesis.
- Baker, J. (2000). The “classroom flip”: Using web course management tools to become the guide by the side. *11th International Conference on college Teaching and Learning*. Jacksonville, FL.
- Barrio, J. (2004). La calidad educativa y la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza secundaria. *Revista Complutense de Educación*. 15(2). 621-646.
- Bergmann, J., Sams, A. (2012). *Flip your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day*. ISTE.
- Bruder, P. (2015). Game on: Gamification in the Classroom. *Education Digest*, 80(7), 56-60.
- Bruner, J.S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press.
- Bruner, J.S. (2001). *El proceso mental en el aprendizaje*. Narcea.
- Díaz-López, M., Torres, N., Lozano, M. (2017). Nuevo enfoque en la enseñanza de las matemáticas, el método ABN. *INFAD Revistade Psicología*. 1 (2). 431-434. <https://doi.org/10.17060/ijodaep.2017.n1.v3.1012>
- Dienes, Z.P. (1978). *La matemática moderna en la enseñanza primaria*. Teide.
- *Fernández, D. (2017). El método Singapur aplicado a la enseñanza de fracciones. [Trabajo de Fin de Grado, Universidad de Valladolid]. Repositorio Documental de la Universidad de Valladolid. <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/26917>
- Ferreira, R. (2004). Classroom Teaching Modes. Actas del X Congreso Internacional de Educación Matemática. Copenhague, Dinamarca, Julio 2004.
- *Fornons, V., Palau, R. (2016). Flipped classroom en la asignatura de matemáticas de tercero de educación secundaria obligatoria. *EDUTECH, Reviste Electrónica de Tecnología Educativa*, 5. <https://www.educatec.es/revista>

- Green, G. (18 de Enero 2012). My view: Flipped classrooms give every student a chance to succeed. *CNN.com Blogs*. <https://edition.cnn.com/2012/01/18/us/my-view-flipped-classrooms-give-every-student-a-chance-to-succeed/index.html>
- Giné de Lera, C., Deulofeu Piquet, J. (2015). Creencias de profesores y estudiantes de profesor de educación primaria y secundaria sobre los problemas de matemáticas. *REDIMAT*, Vol 4(2), 161- 178. <https://doi.org/10.4471/redimat.2015.1398>
- González, R. (2019). Evaluación de estrategias formativas para mejorar las actitudes hacia las matemáticas en secundaria. *Educación Matemática*. 31(1). 176-203. <https://doi.org/10.24844/EM3101.7>
- Lage, M., Platt, G. (2000). The internet and the inverted classroom. *The Journal of Economic Education*. 31(1). 11. <https://doi.org/10.1080/00220480009596756>
- Lage, M., Platt, G., Treglia, M., (2000). Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. *Journal of Economic Education*. 31 (1). 30-43. <https://doi.org/10.1080/00220480009596759>
- Linares. S., Sánchez, M. (1990). El Conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas. *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. 63-116.
- Luz, J., Alfaro, M. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. 10(4). 265-284. Recuperado a partir de <https://revistas.uam.es/reice/article/view/3035>
- Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato*. [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. Repositorio documental de la Universidad de Granada. <http://hdl.handle.net/10481/2418>
- Mamani, E. (2018). Eficacia del método Singapur para mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes de primer grado de educación primaria de la institución educativa bellavista del distrito de Juliaca. [Tesis Doctoral, Universidad Nacional de San Agustín, Arequipa, Perú]. Repositorio Institucional de la Universidad Nacional de San Agustín. <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/8812>

- *Massut, M. (2015). *Estudio de la utilización de vídeos tutoriales como recurso para las clases de matemáticas en el bachillerato con "Flipped Classroom"*. [Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona]. http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/106741/6/MFMB_TESIS.pdf.txt
- Oliva, A. (1995). Ideas de educadores preescolares españoles sobre desarrollo y educación infantil. *Revista de Educación*. 306. 375-394.
- Ordás, A. (2018). *Gamificación en bibliotecas. El Juego como inspiración*. Editorial UOC.
- Patterson, N. (2002). Impacts of teacher induction: A longitudinal cross-casecomparison of beginning teachers in a content-specific program. *Digital Dissertations*. Universidad de Arizona.
- Pérez de Villaamil, T. (2018). Gamificación en el aula: ventajas y desventajas. Recuperado de <https://www.smartmind.net/blog/gamificacion-en-el-aula-ventajas-y-desventajas/>
- Piaget, J. (1983). *Psicología y pedagogía*. Editorial Sarpe.
- Porlán, R., Rivero, A., (1998). *El conocimiento de los profesores*. Editorial Diada.
- Quispe, J. (2018). *Programa "Matemática con la naturaleza" para desarrollar las nociones matemáticas en estudiantes de 5 años del nivel inicial de la I.E. Nº 659 "María Montessori" Pisquicocha, Cotaruse, Aymaraes, Apurimac, 2018*. [Tesis Doctoral, Universidad Peruana Unión]. Repositorio de tesis de la Universidad Peruana Unión. <https://repositorio.upeu.edu.pe/handle/20.500.12840/1400>
- Ramos-Rodríguez, E., Vásquez, C. (2020). Un modelo de programas efectivos para el desarrollo profesional docente del profesor de matemáticas. *PNA*, 15(1), 27-49. <https://doi.org/10.30827/pna.v15il.11559>
- *Roa, J., Sánchez, A., Sánchez, N. (2021). Evaluación de la implantación de la Gamificación como metodología activa en la Educación Secundaria Española. *REIDOCREA*, 19(12). 1-9.
- *Rodríguez, A. (2010). *Propuestas metodológicas de profesores noveles de matemáticas: diseño y práctica en secundaria. Estudios de caso*. [Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla]. Depósito de Investigación Universidad de Sevilla. <https://idus.us.es/handle/11441/72752>

- Serradó, A., (2000). Diseño de las unidades dedicadas al tratamiento del azar en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. Memoria del Periodo de Investigación presentado para la obtención del DEA. Documento Inédito: Universidad de Cádiz.
- Shyu, H. (2000). Using video-based anchored instruction to enhance learning: Taiwan experience. *British Journal of Educational Technology*, 31(1). 57-69.
- Skemp, R.R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Morata.
- *Tapia, R., Murillo, J. (2020). El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas, *Revista Muro de la Investigación*, 5(2), 13-24.
<https://doi.org/10.17162/rmi.v5i2.1322>.
- Thomas, J. (Marzo 2000). *A review of research on project-based learning*. BobPearlMan.org.
http://www.bobpearlman.org/BestPractices/PBL_Research.pdf
- Tzur, R., Simon, M., Heinz, K., Kinzel, M. (2001). An Account of a Teacher's Perspective on Learning and Teaching Mathematics: Implications for Teacher development. *Journal of Mathematic Teacher Education*. 4. 227-254.
<https://doi.org/10.1023/A:1011493204582>
- *Vega, M. (2012). *El aprendizaje estadístico en la educación secundaria obligatoria a través de una metodología por proyectos. Estudio de caso en un aula inclusiva*. [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. Repositorio Documental de la Universidad de Granada.
<http://hdl.handle.net/10481/27770>
- Vygotsky, L. (1978). *Pensamiento y Lenguaje*. Paidós.